

BAB I

PENDAHULUAN

Bab ini memuat latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, metode penelitian dan sistematika penulisan dalam membahas teorema titik tetap pemetaan kontraksi $\theta - h - v$ di ruang norm.

1.1 Latar Belakang

Analisis merupakan cabang ilmu matematika yang mengalami perkembangan secara terus menerus, dimulai dari analisis klasik sampai berkembang menjadi analisis modern. Perkembangan ini dimulai sekitar delapan puluh tahun yang lalu. Adapun yang menjadi bahasan dalam analisis klasik diantaranya kekontinuan, sistem bilangan, kekonvergenan suatu deret dan barisan, diferensial serta pengintegralan. Sedangkan yang menjadi bahasan dalam analisis modern ialah konsep yang bersifat abstrak yang bekerja pada ruang, diantaranya ruang norm. Ruang norm termasuk bahasan analisis modern, tepatnya analisis fungsional. Sampai saat ini, metode dan hasil analisis fungsional sangat penting dalam berbagai bidang matematika dan aplikasinya.

Ruang norm adalah himpunan pasangan terurut yang terdiri dari himpunan tak kosong X dan suatu norm $\|\cdot\|$, yang berawal dari ruang vektor X atas himpunan bilangan riil \mathbb{R} dan himpunan bilangan kompleks \mathbb{C} . Selain itu, ruang norm juga dapat dikatakan sebagai panjang dari suatu vector. Ruang norm sendiri memiliki keterkaitan terhadap ruang metrik, atau sering disebut sebagai fungsi jarak. Ruang metrik adalah himpunan pasangan terurut yang terdiri dari himpunan tak kosong X dan fungsi jarak (metrik). Metrik disini menyatakan ukuran seberapa dekat elemen satu sama lain. Ruang metrik sendiri termasuk ruang linier, karena suatu jaraknya dapat diturunkan dari suatu norm yang diperoleh dari panjang suatu vector.

Diantara yang memiliki peranan penting dalam matematika khususnya analisis fungsional ialah titik tetap. Teorema titik tetap menyatakan bahwa suatu fungsi T akan memiliki setidaknya satu titik tetap x di mana $T(x) = x$. Pada tahun 1912, pertama kali diperkenalkan teorema titik tetap oleh L. E. J. Brouwer. Brouwer

menyatakan bahwa pemetaan kontinu T pada bola satuan tertutup di ruang *Euclidean* memiliki paling sedikit satu titik tetap. Kemudian teorema titik tetap Brouwer ini digunakan untuk membuktikan eksistensi titik tetap pada persamaan differensial oleh G. D. Birkhoff dan O. D. Kellogg pada tahun 1922. Pada tahun yang sama, S. Banach mengenalkan teorema kontraksi titik tetap atau yang lebih dikenal dengan Teorema Titik Tetap Banach [1].

Banyak permasalahan matematis yang dapat diselesaikan dengan menggunakan prinsip titik tetap. Untuk menyelesaikan masalah tersebut, para ahli menggunakan eksistensi titik tetap untuk suatu fungsi sebagai salah satu metode penyelesaian atas permasalahan yang terjadi. Salah satu teorema titik tetap yang akan dibahas oleh penulis dalam skripsi ini adalah Teorema Titik Tetap Pemetaan Kontraksi θ - h - v di Ruang Norm. Teorema ini merupakan hasil dari generalisasi pemetaan kontraksi Geraghty yang diperkenalkan oleh Erdal Karapinar, Thabet Abdeljawad, dan Fahd Jarad [2]. Dalam jurnalnya, ditetapkan teorema titik tetap baru dan menerapkan hasil yang diperoleh untuk menunjukkan eksistensi dan ketunggalan titik tetap. Dimana eksistensi dan ketunggalan titik tetap dapat dijamin kebenarannya untuk fungsi yang kontraksi serta kontinu dan terdefinisi pada ruang yang lengkap. Oleh karena itu, dalam skripsi ini penulis tertarik untuk membahas titik tetap pemetaan kontraksi θ - h - v di ruang norm.

Pada penelitian ini, akan ditunjukkan bahwa titik tetap pada ruang fungsi norm adalah tunggal. Teorema titik tetap pemetaan kontraksi θ - h - v di ruang norm menyatakan jika pemetaan T adalah kontinu dan membentuk suatu segitiga θ -*orbital admissible*, dan terdapat $x_0 \in X$ sehingga $\theta(x_0, Tx_0) \geq 1$ serta memenuhi kondisi $\theta(x, \zeta)v\|Tx - T\zeta\| \leq h(x, \zeta)v(R(x, \zeta)) \forall x, \zeta \in X$ maka T mempunyai titik tetap tunggal. Sehingga dapat diketahui bahwa pemetaan kontraksi θ - h - v merupakan dasar utama yang digunakan dalam teorema titik tetap pemetaan kontraksi θ - h - v di ruang norm.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dijelaskan, masalah yang akan dibahas pada skripsi ini adalah bagaimana pembuktian teorema titik tetap pemetaan kontraksi θ - h - v di ruang norm?

1.3 Batasan Masalah

Agar pembahasan pada skripsi ini tidak meluas, maka penulis akan membahas dengan batasan masalah sebagai berikut :

1. Ruang Norm
2. Pemetaan kontraksi $\theta -h-v$ tipe Jaggi

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, penyusunan skripsi ini bertujuan untuk menjelaskan bagaimana pembuktian teorema titik tetap pemetaan kontraksi $\theta -h-v$ di ruang norm.

1.5 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam proses penelitian ini ialah tinjauan pustaka, yaitu dengan mencari serta mengkaji informasi dan literatur yang berkaitan dengan topik teorema titik tetap. Informasi dan literatur tersebut diperoleh dari jurnal internasional, artikel, buku-buku, dan sumber lain yang relevan. Penelitian ini didasarkan pada jurnal yang berjudul "*Applying new fixed point theorems on fractional and ordinary differential equations*" yang ditulis oleh Erdal Karapınar, Thabet Abdeljawad , dan Fahd Jarad Maher Berzig yang dipublikasikan pada 03 Oktober 2019 [2].

1.6 Sistematika Penulisan

Untuk mempermudah dalam memahami penelitian ini, maka dibentuk bab-bab dalam sistematika penulisan yang terdiri dari empat bab dan di dalamnya terdapat beberapa subbab dengan rumusan sebagai berikut :

BAB I PENDAHULUAN

Bab ini berisi latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini berisi landasan teori yang menjadi dasar masalah yang akan dibahas yakni himpunan, fungsi, ruang vektor, ruang metrik, ruang norm, dan teorema titik tetap.

BAB III TEOREMA TITIK TETAP PEMETAAN KONTRAKSI θ - h - v DI RUANG NORM

Bab ini berisi tentang pembuktian teorema titik tetap pemetaan kontraksi θ - h - v di ruang norm.

BAB IV KESIMPULAN DAN SARAN

Bab ini berisi kesimpulan dari pembahasan dan saran untuk penelitian selanjutnya.

