

# BAB I PENDAHULUAN

## 1.1 Latar Belakang Masalah

Begitu banyak situasi di dunia nyata yang secara mudah dapat digambarkan melalui diagram yang terdiri dari suatu kumpulan titik-titik bersama dengan garis-garis yang menghubungkan titik tertentu dengan kumpulan titik-titik tersebut. Sebagai contoh, titik-titik dapat menggambarkan orang-orang dengan garis yang menghubungkannya menggambarkan hubungan pertemanan dari orang-orang tersebut, atau mungkin titik-titik sebagai pusat komunikasi dengan garis yang melambangkan jaringan komunikasi. Melihat bahwa yang menjadi perhatian utama dalam diagram tersebut adalah keterhubungan dua titik oleh suatu garis, maka cara mereka terhubung tidaklah penting. Penggambaran matematika dari jenis situasi ini, mengingatkan akan konsep suatu graf[1].

Teori graf merupakan pokok bahasan yang memiliki banyak terapan sampai saat ini. Graf digunakan untuk mempresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut. Representasi visual dari graf adalah dengan menyatakan objek sebagai bulatan atau titik, sedangkan hubungan antara objek dinyatakan dengan garis. Salah satu topik dalam teori graf adalah pelabelan graf. Pelabelan graf adalah pemberian nilai (label) pada titik, sisi, atau keduanya. Pelabelan graf sudah banyak dikaji sejak 1960-an. Pertama kali diperkenalkan oleh Sadlack (1964), kemudian Stewart (1966), Kotzig dan Rosa (1967)[11].

Ada banyak jenis pelabelan graf yang dikembangkan. Salah satunya adalah pelabelan graceful. Secara historis, pelabelan graceful pertama kali dikenalkan oleh Rosa pada tahun 1967 dengan nama  $\beta$  – valuation, sedangkan Golomb menyebut pelabelan tersebut dengan nama pelabelan graceful. Dalam perkembangannya, Rosa dan Golomb mendiskusikan tentang Graceful pada graf bipartit lengkap dan graf euler. Vaidya dkk mendiskusikan Graceful dari dua gabungan graf path pada graf grit dan graf bipartit lengkap. Sekar

membuktikan bahwa graf split (graf yang diperoleh dengan menduplikasikan titik dari suatu graf) dari  $C_n$  merupakan pelabelan graceful dengan  $n = 1, 2 \pmod{4}$  dan Frucht membuktikan bahwa graf roda merupakan graceful[7].

Menurut Gallian, pelabelan *graceful* didefinisikan sebagai pemberian label pada titik suatu graf  $G$  yang memenuhi fungsi injektif  $f : V \rightarrow \{0, 1, 2, \dots, q\}$  sedemikian sehingga menginduksi fungsi bijektif  $f^* : E \rightarrow \{0, 1, 2, \dots, q\}$  yang didefinisikan dengan  $f^* = |f(u) - f(v)|$ . Graf yang memiliki pelabelan graceful disebut juga dengan graf graceful[6].

Beberapa hasil pelabelan graceful dapat dilihat dalam survey yang dilakukan oleh Gallian. Beberapa graf graceful antara lain: graf *caterpillar*, graf pohon dengan diameter paling banyak 5, graf pohon dengan jumlah titik maksimal 27, graf pohon simetris, graf petasan (*firecracker*), graf helm, graf *unicyclic*, dan beberapa graf yang lain seperti lintasan  $P_n$ , bintang  $S_n$ , lingkaran  $C_n$  dengan banyak titik  $n = 0, 3 \pmod{4}$ , graf lengkap  $K_n$  dengan  $n \leq 5$ , graf *bipartit lengkap*  $K_{m,n}$  dengan  $m, n \in \mathbb{N}, n - \text{cube } K_2 \times K_2 \times K_2 \times \dots \times K_2$  untuk setiap  $n \geq 1$ , graf roda  $W_n$  dengan  $n \geq 4$ [2].

Melihat banyaknya penemuan pelabelan graceful pada berbagai jenis graf sederhana dan graf khusus, penulis tertarik untuk mengkaji pelabelan graceful pada graf-graf yang belum dikaji sebelumnya seperti pelabelan graceful pada graf hasil amalgamasi dari graf  $W_n$  dan  $S_m$ .

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang tersebut, tugas akhir ini memiliki rumusan masalah yaitu bagaimana cara menentukan pelabelan graceful pada graf hasil *amalgamasi* dari  $W_n$  dan  $S_m$  dengan  $m \geq 3$ ?

### 1.3 Batasan Masalah

Batasan permasalahan dalam pembahasan tugas akhir ini adalah sebagai berikut :

1. Pelabelan yang dikaji adalah pelabelan *graceful*.
2. Graf yang dikaji adalah graf hasil *amalgamasi* dari  $W_n$  dan  $S_m$  dengan  $m \geq 3$ .

### 1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penulisan tugas akhir ini adalah untuk menentukan pelabelan *graceful* pada graf hasil *amalgamasi* dari  $W_n$  dan  $S_m$  dengan  $m \geq 3$ .

### 1.5 Metodologi Penelitian

Metodologi yang diterapkan dalam tugas akhir ini adalah:

1. Pendekatan teoritis dari berbagai sumber pustaka yang berupa buku, jurnal, ataupun media online.
2. Studi literatur berupa pemahaman mendalam tentang Pelabelan *graceful*.
3. Pengkajian mengenai operasi *amalgamasi*.
4. Pengkajian mengenai graf  $W_n$  dan graf  $S_m$  pada beberapa literatur.

### 1.6 Sistematika Penulisan

Penulisan tugas akhir ini dapat diringkas berdasarkan sistematika penulisan sebagai berikut:

#### BAB I : PENDAHULUAN

Bab ini terdiri dari latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan dan manfaat penelitian, metode penelitian, kerangka teoritis dan pemikiran dan sistematika penulisan.

#### BAB II : LANDASAN TEORI

Bab ini memuat teori-teori dasar yang mendukung pembahasan dalam tugas akhir ini. Teori-teori tersebut antara lain definisi graf, jenis-jenis graf, teori dasar graf, fungsi, dan pelabelan.

**BAB III :PELABELAN GRACEFUL PADA GRAF HASIL AMALGAMASI DARI GRAF RODA DAN GRAF BINTANG**

Bab ini berisi tentang langkah-langkah pelabelan graceful pada graf hasil *amalgamasi* dari  $W_n$  dan  $S_m$ , berdasarkan definisi dan didapatkan rumusan pelabelan graceful pada graf hasil *amalgamasi* dari  $W_n$  dan  $S_m$ .

**BAB IV : ILUSTRASI PELABELAN GRACEFUL PADA GRAF HASIL AMALGAMASI DARI GRAF RODA DAN GRAF BINTANG**

Bab ini berisi tentang ilustrasi atau contoh – contoh Pelabelan graceful pada graf hasil amalgamasi dari graf roda dan graf bintang.

**BAB V : PENUTUP**

Bab ini berisi simpulan sebagai jawaban dari rumusan masalah yang telah dipaparkan, dan saran untuk penelitian selanjutnya sebagai pengembangan dari topik tugas akhir ini.

