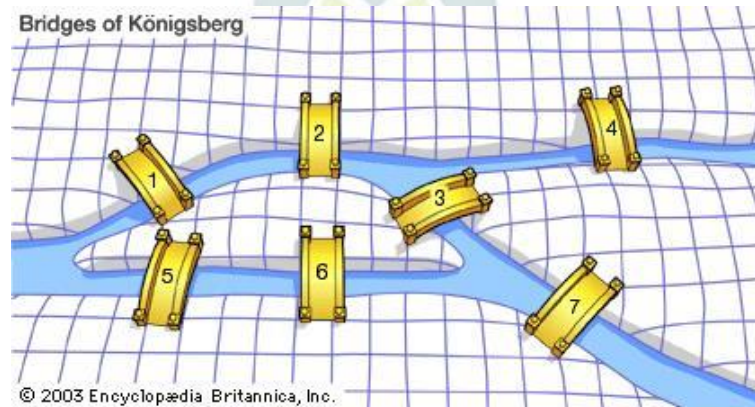


# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Pada awal abad ke-18 terdapat tujuh buah jembatan yang melintasi Sungai Pregel di sebelah Timur Kota Prussian Königsberg. Dikatakan bahwa terdapat beberapa warga yang mencoba menyebrangi setiap jembatan tersebut dari sebuah rumah dan kembali kerumah tersebut dengan hanya menyebrangi setiap jembatan-jembatan tersebut tepat sekali.



Gambar 1.1 Jembatan Konigsberg

Setelah beberapa waktu, mereka mulai beranggapan bahwa pekerjaan itu tidaklah mungkin, sehingga mereka bertanya kepada Euler bahwa apakah hal tersebut mungkin terjadi. Kemudian Euler membuktikan bahwa hal tersebut tidaklah mungkin. Pembuktian dari kejadian ini yang dijadikan sebagai permulaan Teori Graf [12].

Teori graf merupakan salah satu cabang ilmu matematika dan topik yang banyak perhatian karena model-modelnya sangat berguna untuk aplikasi yang luas, seperti masalah dalam jaringan komunikasi, transportasi, ilmu komputer, dan lain sebagainya. Minat akan teori graf baru berkembang setelah tahun 1920 hingga akhirnya buku teks tentang teori graf muncul pada tahun 1936, buku tersebut ditulis oleh Denes König dengan judul *“The Story of Finite and Infinite Graphs”* yang diterjemahkan dalam bahasa Jerman. Pada saat itulah minat terhadap teori graf berkembang pesat [14].

Teori graf memiliki beberapa topik yang menarik untuk dikaji, salah satunya yaitu pelabelan graf. Pelabelan graf sudah banyak dikaji sejak tahun 1960-an. Pelabelan graf pertama kali diperkenalkan oleh Sadlack pada tahun 1964, Stewart pada tahun 1966, Kotzig dan Rosa pada tahun 1967 [4]. Pelabelan graf adalah suatu pemberian nilai pada titik, sisi atau keduanya. Bilangan-bilangan tersebut disebut label. Berdasarkan elemen-elemen yang dilabeli, maka pelabelan graf dibagi menjadi 3 jenis, yaitu pelabelan titik, pelabelan sisi dan pelabelan total [14].

Banyak jenis pelabelan yang telah dikembangkan, diantaranya adalah pelabelan *graceful*. Pelabelan *graceful* pertama kali diperkenalkan oleh Rosa pada tahun 1967 dengan  $\beta$  – valuation, sedangkan Golomb menyebutkan pelabelan tersebut dengan nama pelabelan *graceful* [4].

Adapun pelabelan *graceful* untuk beberapa kelas graf yang telah ditunjukkan. Rosa (1967) menunjukkan bahwa graf lingkaran  $C_n$  adalah *graceful* jika dan hanya jika banyak titik  $n \equiv 0$  atau  $3 \pmod{4}$ . Hoede & Kuiper (1978) membuktikan bahwa graf roda  $W_n$  adalah *graceful* untuk semua  $n \geq 3$ . Golomb (1972) menunjukkan bahwa graf lengkap  $K_n$  adalah *graceful* jika dan hanya jika banyak titik  $n \leq 4$  dan graf bipartit lengkap  $K_{m,n}$  dengan  $m, n \in N, n - \text{cube}$   $K_2 \times K_2 \times K_2 \dots \times K_2$  untuk setiap  $n \geq 1$ . Aldred & MicKay (1998) menunjukkan bahwa graf pohon  $T_n$  adalah *graceful* untuk  $n \leq 23$  sedangkan untuk  $n < 23$  masih menjadi *open problem*. Selain itu telah dibuktikan oleh Huda & Wijaya (2002) bahwa graf tangga  $L_n$  yang diperoleh dari hasil kali kartesius  $P_2 \times P_n$  dan graf gabungan  $m$  buah graf tangga  $mL_n$  adalah *graceful* untuk setiap  $m$  dan  $n$  dan banyak graf lainnya yang merupakan *graceful* [6].

Berdasarkan pemaparan diatas, penulis tertarik untuk mengkaji pelabelan *graceful* pada graf hasil amalgamasi graf gerigi dan graf bintang.

## 1.2 Rumusan Masalah

Adapun rumusan masalah dalam pembahasan tugas akhir ini adalah:

1. Apa yang dimaksud dengan pelabelan *graceful*?
2. Bagaimana cara menentukan pelabelan *graceful* pada graf hasil amalgamasi graf gerigi dan graf bintang?

### 1.3 Batasan Masalah

Adapun batasan masalah dalam pembahasan tugas akhir ini adalah :

1. Pelabelan yang dikaji adalah pelabelan *graceful*
2. Graf yang dikaji adalah graf hasil amalgamasi graf gerigi dan graf bintang.

### 1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari tugas akhir ini adalah untuk menentukan pelabelan *graceful* pada graf hasil amalgamasi graf gerigi dan graf bintang.

### 1.5 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah dengan mengkaji beberapa referensi berupa buku-buku serta jurnal-jurnal yang berkaitan dengan pelabelan *graceful* dan graf-graf sederhana khusus dengan menggunakan operasi amalgamasi.

### 1.6 Sistematika Penulisan

Adapun sistematika penulisan dalam penyusunan tugas akhir ini adalah :

#### BAB I PENDAHULUAN

Bab ini terdiri dari latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, metode penelitian dan sistematika penulisan.

#### BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini berisi tentang teori-teori yang melandasi pembahasan dalam tugas akhir ini. Secara garis besar, bab ini mencakup hal-hal yang berkaitan dengan konsep dasar yaitu himpunan, teori graf, fungsi, dan pelabelan.

#### BAB III PELABELAN GRACEFUL PADA GRAF HASIL AMALGAMASI DARI GRAF GERIGI DAN GRAF BINTANG

Bab ini merupakan pembahasan utama dalam pengkajian tugas akhir yang berisi tentang pembuktian dan ilustrasi mengenai pelabelan *graceful* pada graf hasil amalgamasi graf gerigi dan graf bintang.

**BAB IV      PELABELAN      GRACEFUL      PADA      GRAF      HASIL  
AMALGAMASI DARI GRAF GERIGI DAN GRAF BINTANG  
MENGUNAKAN PROSES KOMPUTASI**

Bab ini merupakan ilustrasi dari sebuah graf hasil amalgamasi dari graf gerigi dan graf bintang menggunakan proses komputasi yaitu program Matlab.

**BAB V      PENUTUP**

Pada bab ini, berisi simpulan sebagai jawaban dari rumusan masalah yang telah dipaparkan. Selain itu juga diberikan saran untuk pengembangan lebih lanjut untuk pembahasan tersebut. Kemudian diakhiri dengan daftar pustaka.

