

BAB I

PENDAHULUAN

Bagian ini berisi tentang latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan untuk pembahasan sifat-sifat lattice subgrup dari grup matriks 2×2 atas \mathbb{Z}_2 dan \mathbb{Z}_3

1.1 Latar Belakang

Kajian lattice subgrup memiliki sejarah yang cukup panjang, dimulai dengan karya Richard Dedekind pada tahun 1877, kemudian makalah Ada Rottlaender pada tahun 1928 dan berbagai kontribusi penting oleh peneliti lainnya seperti C. Musella yang mempelajari tentang berbagai versi komplementasi dalam lattice subgrup[1].

Lattice adalah himpunan terurut sebagian di mana setiap pasangan elemen memiliki batas atas terkecil dan batas bawah terbesar. Jika G adalah sembarang grup, himpunan $L(G)$ dari semua subgrup dari G terurut sebagian terhadap inklusi himpunan, serta setiap himpunan bagian dari $L(G)$ memiliki batas bawah terbesar di $L(G)$, irisan semua elemennya, dan batas atas terkecil di $L(G)$, gabungan semua elemennya disebut lattice subgrup dari G [2].

Misalkan $L(G)$ suatu lattice terbatas dengan batas bawah 0 dan batas atas 1. Misalkan a merupakan elemen dari $L(G)$, elemen x dalam $L(G)$ disebut komplement dari a jika $a \cup x = 1$ dan $a \cap x = 0$ [3][4]. Suatu lattice $L(G)$ dikatakan berkomplement jika $L(G)$ terbatas dan setiap elemen di $L(G)$ memiliki komplement [5].

Selain lattice komplement, lattice juga memiliki sifat-sifat lain seperti modular dan distributif. Berdasarkan latar belakang ini penulis tertarik untuk mengangkat judul dalam tugas akhir yaitu “Sifat-sifat Lattice Subgrup Dari Grup Matriks 2×2 Atas \mathbb{Z}_2 dan \mathbb{Z}_3 ”.

1.2 Rumusan Masalah

Adapun rumusan masalah yang akan dikaji dalam tugas akhir ini merujuk pada latar belakang diatas yaitu :

1. Bagaimana menentukan subgrup dari grup matriks 2×2 atas \mathbb{Z}_2 dan \mathbb{Z}_3 ?
2. Bagaimana bentuk diagram lattice subgrup dari grup matriks 2×2 atas \mathbb{Z}_2 dan \mathbb{Z}_3 ?
3. Bagaimana sifat-sifat lattice subgrup dari grup matriks 2×2 atas \mathbb{Z}_2 dan \mathbb{Z}_3 ?

1.3 Batasan Masalah

Dalam pembahasan masalah tersebut, terdapat beberapa batasan diantaranya adalah:

1. Grup yang digunakan adalah grup matriks 2×2 atas \mathbb{Z}_2 dan \mathbb{Z}_3 yang deteminannya satu.
2. Lattice yang akan digambarkan diagramnya adalah lattice subgrup dari grup matriks 2×2 atas \mathbb{Z}_2 dan \mathbb{Z}_3 .
3. Sifat- sifat lattice yang dikaji tidak diperdalam dengan karakteristik masing-masih sifatnya.

1.4 Tujuan Dan Manfaat

Berdasarkan rumusan masalah diatas, maka tujuan dan manfaat dalam penelitian ini adalah :

1. Menentukan subgrup dari grup matriks 2×2 atas \mathbb{Z}_2 dan \mathbb{Z}_3 .
2. Menentukan diagram lattice subgrup dari grup matriks 2×2 atas \mathbb{Z}_2 dan \mathbb{Z}_3 .
3. Menentukan sifat-sifat lattice subgrup dari grup matriks 2×2 atas \mathbb{Z}_2 dan \mathbb{Z}_3 .

Secara umum, hasil penelitian ini bermanfaat untuk memperluas wawasan mengenai sifat-sifat pada lattice subgrup, serta dapat menjadi bahan referensi bagi

matematikawan yang berminat dalam bidang aljabar abstrak ataupun bidang matematika lain yang terkait.

1.5 Metodologi

Metode yang digunakan dalam menyusun skripsi ini adalah sebagai berikut :

1. Studi Literatur

Pada tahap ini dilakukan identifikasi permasalahan dengan mencari referensi yang mendukung tugas akhir dan berkaitan dengan sifat-sifat lattice subgrup yang diperoleh dari buku, jurnal, paper serta artikel.

2. Analisis

Pada tahap ini dilakukan analisis untuk menentukan sifat-sifat lattice subgrup pada grup matriks 2×2 atas \mathbb{Z}_2 dan \mathbb{Z}_3 dan membuktikan teorema yang berkaitan dengan sifat-sifat lattice tersebut.

3. Kesimpulan

Pada tahap ini diperoleh kesimpulan dari teorema dan kasus yang dianalisis

1.6 Sistematika Penulisan

Berdasarkan sistematika penulisannya, skripsi ini terdiri atas lima bab serta daftar pustaka, dimana dalam setiap bab terdapat beberapa subbab.

BAB I PENDAHULUAN

Bab ini berisi tentang latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini berisi teori-teori yang melandasi pembahasan dalam skripsi ini. Secara garis besar, bab ini terdiri atas definisi himpunan, teori grup, subgrup, orde grup dan orde elemen, teorema lagrange, dan lattice.

BAB III LATTICE SUBGRUP DARI GRUP MATRIKS 2×2 ATAS \mathbb{Z}_2 DAN \mathbb{Z}_3

Bagian ini berisi pembahasan utama dari skripsi ini, yaitu menentukan subgrup dan diagram lattice subgrup dari grup matriks 2×2 atas \mathbb{Z}_2 dan \mathbb{Z}_3 .

BAB IV SIFAT – SIFAT LATTICE SUBGRUP DARI GRUP MATRIKS 2×2 ATAS \mathbb{Z}_2 DAN \mathbb{Z}_3

Bagian ini berisi pembahasan utama dari skripsi ini, yaitu menentukan sifat-sifat lattice subgrup dari grup matriks 2×2 atas \mathbb{Z}_2 dan \mathbb{Z}_3 .

BAB V PENUTUP

Bab ini berisi simpulan sebagai hasil dari rumusan masalah yang telah dipaparkan, juga berisi saran untuk penelitian selanjutnya sebagai pengembangan dari topik permasalahan yang dikaji dalam skripsi ini.

