BAB I

PENDAHULUAN

Bagian ini berisi latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, ruang lingkup penelitian, sistematika penulisan untuk pembahasan graf irisan dari grup.

1.1 Latar Belakang Masalah

Pada tahun 1736, teori graf lahir melalui tulisan Leonhard Euler yang berisi tentang upaya menyelesaikan permasalahan jembatan Konigsberg yang sangat terkenal di Eropa. Permasalahan ini ditulis dalam jurnalnya yang berjudul “Seven Bridge of Konisberg” Euler membahas ada atau tidak adanya struktur yang menghubungkan daratan kota Konigsberg dan sebuah pulau kecil yang dihubungkan oleh tujuh buah jembatan. Setelah lahirnya tulisan Euler tersebut, kurang lebih seratus tahun lamanya, tidak ada perkembangan yang berkenaan dengan teori graf. [1]

Teori graf merupakan bagian dari matematika diskrit yang banyak digunakan untuk mempermudah dalam penyelesaian suatu masalah. Suatu masalah dapat direpresentasikan dalam bentuk graf, sehingga permasalahan tersebut dapat dijelaskan dengan lebih sederhana dan mudah dimengerti. Graf digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan kaitan antara objek-objek tersebut. Dalam hal ini, objek dilambangkan dengan titik (vertex) dan kaitan objek-objek dilambangkan dengan sisi (edge). [2]

Salah satu materi dalam graf adalah graf irisan, graf irisan sangat penting baik dalam sudut pandang teoritis maupun aplikasi, pada representasi geometris, berbagai jenis graf irisan didefinisikan. Diantaranya interval, permutasi, trapesium, chordal, dan graf lingkaran yang lebih penting. [3]

Suatu graf $G = (V, E)$ disebut graf irisan untuk suatu keluarga berhingga F dari suatu himpunan tak kosong jika terdapat korespondensi satu-satu antara F dan V

sedemikian sehingga dua himpunan di F mempunyai irisan tak kosong jika dan hanya jika titik-titik yang bersesuaian di V bertetangga. Dimana F disebut sebagai model irisan G. Untuk model irisan F, digunakan $G(F)$ untuk menyatakan graf irisan untuk F. [4]

Struktur aljabar merupakan salah satu kajian dalam matematika yang dikembangkan untuk mempermudah pemahaman tentang struktur bilangan. Struktur aljabar merupakan himpunan tidak kosong dengan satu atau lebih operasi biner dan memenuhi aksioma tertentu. Salah satu bagian dari struktur aljabar adalah grup. [5]

Teori grup dalam matematika menempati posisi utama, grup digunakan dalam berbagai bidang diantaranya perhitungan, teori pengkodean dan pembelajaran mengenai simetri: kimia, biologi dan fisika telah banyak menggunakan teori grup. [5]

Teori grup hingga akhir tahun 1800-an belum ditetapkan secara jelas, tetapi dalam pengembangan matematika metode-metode dalam teori grup banyak digunakan jauh sebelum tahun ini. Joseph-Louis Lagrange pada tahun 1770-1771 menggunakan teori grup untuk mempelajari metode penyelesaian persamaan polinomial, kemudian Évariste Galois pada tahun 1811-1832 berhasil menemukan cara untuk menentukan apakah suatu persamaan polinomial dapat diselesaikan atau tidakdengan melihat konsep-konsep persamaan tersebut. Konsep yang dikemukakan oleh Galois ini akhirnya menjadi dasar pada teori grup. [6]

Dalam matematika teori grup merupakan cabang aljabar abstrak yang membahas grup. Grup adalah suatu struktur aljabar yang menggabungkan sebarang dua elemen himpunan yang terdiri dari sebuah himpunan dan sebuah operasi untuk membentuk elemen baru yang dimana terdapat pada himpunan tersebut. Himpunan dan operasi tersebut harus memenuhi beberapa aksioma grup agar dapat digolongkan sebagai grup. [5]

Grup siklik merupakan salah satu teori dalam teori grup. Grup siklik adalah grup dimana setiap elemennya dapat ditulis sebagai perpangkatan dari setiap unsur tetap pada grup tersebut. [7]

Subgrup adalah subhimpunan H di dalam grup G yang juga merupakan grup dengan operasi biner yang sama pada G. Untuk suatu a elemen grup G, dapat dibentuk subhimpunan S yang berisi semua elemen G yang merupakan hasil perpangkatan dari elemen a. Subhimpunan S tersebut membentuk subgrup di G, dan disebut subgrup siklik yang dibangun oleh a. Setiap grup siklik adalah grup komutatif dan subgrup dari suatu grup siklik juga siklik. [7]

Himpunan semua bilangan bulat modulo n dinotasikan dengan $\mathbb{Z}_n$, merupakan suatu grup terhadap operasi penjumlahan modulo. Grup $\mathbb{Z}_n$ menjadi contoh yang sangat penting dalam mempelajari teori grup. Grup $(\mathbb{Z}_n, +)$ dikonstruksi dengan memanfaatkan algoritma pembagian pada himpunan semua bilangan bulat $\mathbb{Z}$. [7]

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian diatas, permasalahan yang akan dibahas dalam penelitian ini yaitu:

1. Bagaimana menentukan graf irisan dari subgrup-subgrup di $\mathbb{Z}_n$?
2. Bagaimana menentukan graf irisan dari subgrup-subgrup siklik di $\mathbb{Z}_n$?

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah pada penelitian ini hanya mencakup grup $\mathbb{Z}_n$ dengan $n = p^2, p^3, pq, p^m$ untuk p, q sebarang bilangan prima dan setiap m bilangan asli.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Untuk mengetahui graf irisan dari subgrup-subgrup $\mathbb{Z}_n$.
2. Untuk mengetahui graf irisan dari subgrup-subgrup siklik di $\mathbb{Z}_n$.

1.5 Metode Penelitian

Metodologi dalam penelitian skripsi ini diantaranya

1. Teori yang berhubungan dengan pembahasan yang diperoleh dari buku, jurnal dan internet.
2. Studi literatur berupa pemahaman tentang graf irisan dari suatu koleksi himpunan.
3. Pendalaman pembahasan tentang graf irisan dari suatu koleksi himpunan pada grup.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan dalam penyusunan skripsi ini adalah sebagai berikut:

BAB I PENDAHULUAN

Bab ini berisi latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, manfaat penelitian, tujuan penelitian, dan sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini berisi teori-teori yang mendasari pembahasan dalam makalah yang dikaji secara garis besar.

BAB III PEMBAHASAN

Bab ini berisi permasalahan utama dari penelitian ini, mengenai graf irisan dari grup $\mathbb{Z}_n$.

BAB IV PENUTUP

Bab ini berisi kesimpulan dari pembahasan yang telah dikaji. Selain itu juga diberikan saran untuk pengembangan lebih lanjut. Kemudian diakhiri dengan daftar pustaka.