

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Teori graf pertama kali diperkenalkan oleh seorang matematikawan swiss, yakni L. Euler. Pada saat itu, masalah jembatan Königsberg adalah masalah yang pertama kali diselesaikan dengan menggunakan graf. Terdapat tujuh buah jembatan yang menghubungkan antar daratan. Masalah pada jembatan Königsberg yaitu mungkin tidaknya ketujuh jembatan tersebut masing-masing dapat dilalui tepat satu kali dan kembali lagi ke tempat semula. Sebagian penduduk kota bersepakat tidak mungkin dapat melalui ketujuh jembatan tersebut hanya sekali dan dapat kembali lagi ke tempat semula, namun penduduk kota tidak begitu menjelaskan alasannya, kecuali dengan cara coba-coba. Pada tahun 1736 L. Euler berhasil memecahkan permasalahan ini dengan metode yang sederhana, yaitu melalui graf. Daratan yang menjadi titik-titik yang dihubungkan oleh jembatan tersebut dinamakan dengan titik (*vertex*) dan jembatan penghubungnya yang dinyatakan dalam garis, disebut dengan sisi (*edge*). L. Euler berkesimpulan bahwa tidak mungkin melalui ketujuh jembatan tersebut masing-masing satu kali dan kembali lagi ke tempat semula karena setiap titik pada jembatan tersebut memiliki sisi yang berderajat ganjil. Sehingga permasalahan jembatan Königsberg menjadi sejarah lainya dalam teori graf [1].

Teori graf merupakan salah satu cabang ilmu matematika yang mendapat banyak perhatian karena model-modelnya yang sangat berguna dalam kehidupan sehari-hari. Seperti halnya dalam jaringan komunikasi, ilmu komputer, transportasi dan masih banyak aplikasi lainnya dalam kehidupan sehari-hari. Penggunaan teori graf dalam berbagai bidang tersebut berfungsi untuk memodelkannya dan menyelesaikan suatu permasalahan, yang mana nantinya akan lebih mudah dan jelas dalam menganalisisnya [2].

Graf adalah himpunan titik yang dipasangkan dengan suatu himpunan sisi. Titik-titik yang saling berhubungan ialah karena adanya sisi terkait yang menghubungkan keduanya, sehingga dua titik pada graf dapat terhubung karena adanya sisi yang terkait antara kedua titik tersebut. Hal tersebut dapat direpresentasikan pada gambar sehingga membentuk suatu pola graf tertentu. Sampai saat ini, banyak permasalahan graf yang penyelesaiannya dapat diperoleh dengan memperhatikan pola dari graf tersebut [3].

Salah satu topik yang menarik dalam teori graf adalah masalah pewarnaan graf (*graph colouring*). Terdapat tiga macam dalam pewarnaan graf, yaitu pewarnaan titik (*vertex-colouring*), pewarnaan sisi (*edge colouring*), dan pewarnaan wilayah (*face colouring*). Pewarnaan titik pada graf pertama kali muncul pada masalah pewarnaan dalam peta, dimana setiap daerah yang saling berbatasan dibuat berbeda sehingga mudah untuk membedakan antar daerahnya. Masalah ini selanjutnya berkembang menjadi teorema-teorema yang menarik dan berujung pada 4 warna, yang salah satunya menyatakan “bilangan kromatik graf planar tidak boleh lebih dari 4”. Teorema ini muncul sebagai suatu pemikiran oleh Prancis Guthrie pada tahun 1952 [4].

Pada tahun 2014, Jesi Irwanto dalam jurnalnya yang berjudul “Pewarnaan titik Pada Graf spesial dan Operasinya”. Telah mengkaji untuk menentukan bilangan kromatik pada beberapa graf spesial, salah satunya pada graf roda W_n . Dimana dalam teoremanya mengatakan bahwa, bilangan kromatik graf roda W_n dengan $n \geq 5$ adalah $3(W_n) = 4$ [4].

Pewarnaan titik hingga saat ini mengalami perkembangan yang ditandai dengan banyaknya jenis pewarnaan titik yang beragam. Pada tahun 2015, Christian Rubio-Montiel memperkenalkan pewarnaan titik *Grundy* dan pewarnaan titik *Grundy* pada jurnalnya yang berjudul *A new characterization of trivially perfect graphs*. Suatu pewarnaan G dikatakan *pseudo-Grundy* jika setiap titik dari G bertetangga kebeberapa titik dari setiap warna yang lebih kecil. Suatu pewarnaan dikatakan *Grundy* jika pewarnaan dari G dikatakan *pseudo-Grundy* dan *proper*, yaitu jika setiap dua titik yang bertetangga

mempunyai warna yang berbeda. Pada jurnal tersebut didapat bahwa bilangan *Grundy* untuk graf lintasan P_4 adalah 3[6].

Karena masih sedikitnya penelitian mengenai bilangan *Grundy* dan sepengetahuan penulis belum ada penelitian yang membahas mengenai penentuan bilangan *Grundy* pada bentuk graf umum ataupun pada dua buah graf yang telah dioperasikan, maka penulis tertarik untuk meneliti penentuan bilangan *Grundy* hasil dari operasi korona pada graf lintasan P_m dan graf roda W_n .

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian diatas, masalah yang akan dibahas dalam skripsi ini adalah :

1. Bagaimana menentukan bilangan *Grundy* hasil operasi korona dari graf lintasan P_m dan graf roda W_n
2. Bagaimana bentuk umum dari pewarnaan *Grundy* hasil operasi korona dari graf lintasan P_m dan graf roda W_n

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah dalam pembahasan skripsi ini adalah sebagai berikut :

1. Pewarnaan titik yang dikaji adalah pewarnaan *Grundy*
2. Graf yang dikaji adalah graf lintasan P_m dengan $m \geq 2$ dan graf roda W_n dengan $n \geq 3$.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian dari skripsi ini adalah sebagai berikut :

1. Untuk mengetahui bilangan *Grundy* pada hasil operasi korona pada graf lintasan P_m dan graf roda W_n .
2. Untuk mengetahui bentuk umum dari pewarnaan *Grundy* pada hasil operasi korona pada graf lintasan P_m dan graf roda W_n .

1.5 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian skripsi ini adalah dengan metode pendalaman kajian dari jurnal Christian Rubio-Montiel berjudul *A new characterization of trivially perfect graphs*, mengenai pewarnaan *Grundy* dan bilangan *Grundy*. Kemudian, pendalaman kajian mengenai graf lintasan P_m , graf roda W_n dan beberapa teori yang berhubungan dengan kajian yang diperoleh dari berbagai buku dan jurnal *online* dan *offline*.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan dalam penyusunan skripsi ini adalah sebagai berikut :

BAB I PENDAHULUAN

Pendahuluan ini terdiri dari latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini terdiri dari teori-teori yang mendasari dalam pembahasan Skripsi yang dikaji secara garis besar.

BAB III BILANGAN GRUNDY PADA KORONA GRAF LINTASAN P_m DAN GRAF RODA W_n

Bab ini berisi pembahasan utama pada Skripsi ini, yang meliputi pewarnaan *Grundy*, bilangan Grundy, dan rumus secara umum untuk menentukan bilangan Grundy.

BAB IV

PENUTUP

Pada bab ini, berisi kesimpulan dari pembahasan yang telah dikaji dan saran untuk pengembangan lebih lanjut dan pembahasan lebih mendalam. Kemudian, diakhiri dengan daftar pustaka.

