

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang Masalah

Chemostat atau disebut juga bioreaktor adalah suatu alat laboratorium (fermentor) untuk budidaya mikroorganisme[18]. Alat tersebut disusun sedemikian rupa supaya dalam pelaksanaan budidaya mikroorganisme berjalan dengan baik. Pertumbuhan mikroorganisme pada chemostat bergantung pada pemberian nutrisi yang terbatas. Hal ini menyatakan bahwa proses budidaya mikroorganisme membutuhkan suatu nutrisi yang sesuai dengan jenis mikroorganisme supaya mikroorganisme dapat berkembang biak dengan baik. Adapun syarat agar mikroorganisma dapat berkembang biak dengan baik, yaitu adanya sumber energi, kondisi fermentor yang mendukung, dan tidak boleh ada toksin yang menyebabkan mikroorganisme punah.[18]

Ketika kondisi fermentor mendukung, mikroorganisme dapat dimasukkan ke dalam fermentor beserta nutrisi yang sesuai. Nutrisi diberikan secara berkala dalam jangka waktu tertentu. Nutrisi yang diberikan berpengaruh pada pertumbuhan mikroorganisme. Ketika nutrisi yang diberikan terbatas, maka mikroorganisme akan mengalami kepunahan. Selama fermentasi berlangsung mikroorganisme dapat melakukan adaptasi di dalam fermentor dan melakukan pembelahan. Untuk menjaga kebersihan dan kesterilan fermentor, dilakukan pengurasan pada fermentor secara rutin. Tetapi, dalam menguras fermentor harus dilakukan dengan hati-hati karena mikroorganisme dan nutrisi dapat ikut terbuang. Setelah pengurasan dilakukan, mikroorganisme akan beradaptasi kembali. Begitu seterusnya sampai mikroorganisme bertambah banyak sesuai yang diinginkan.

Seiring dengan perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi, banyak permasalahan dalam dunia nyata dapat diselesaikan dengan berbagai cara dan metode. Diantaranya dalam bidang matematika yaitu pemodelan matematika. Pemodelan matematika merupakan bidang matematika yang mempresentasikan

dan menjelaskan sistem-sistem fisik atau masalah pada dunia nyata ke dalam pernyataan matematika, sehingga diperoleh pemahaman dari permasalahan dunia nyata menjadi lebih tepat. Representasi matematika yang dihasilkan dari proses ini dikenal sebagai Model Matematika [18]. Informasi matematika yang diperoleh dengan melakukan kajian matematika atas model tersebut dilakukan sepenuhnya dengan menggunakan kaidah-kaidah matematika. Syarat utama model yang baik adalah representatif dan dapat dipahami. Representatif yaitu model mewakili dengan benar sesuatu yang diwakili, makin mewakili, model makin kompleks. Sedangkan dapat dipahami yaitu model yang dibuat harus dapat dimanfaatkan atau dapat diselesaikan secara matematis, makin sederhana makin mudah diselesaikan.

Model matematika digunakan dalam berbagai macam disiplin ilmu dan bidang studi yang berbeda, seperti: fisika, biologi, kedokteran, teknik, ilmu sosial dan politik ekonomi, bisnis dan keuangan, serta masalah-masalah komputer jaringan[18]. Salah satu aplikasi model matematika di dalam ilmu biologi adalah model Chemostat.

Budidaya mikroorganisme yang dibantu dengan sebuah alat seperti yang dipaparkan sebelumnya dapat diformulasikan ke dalam model matematika yang membentuk sebuah sistem persamaan diferensial tak linier. Dengan demikian, dapat dicari titik tetap dan analisis kestabilan masing-masing titik tetap agar diketahui sejauh mana kestabilan pertumbuhan mikroorganisme pada titik tersebut, termasuk kemungkinan adanya perubahan kestabilan atau kemungkinan terjadinya bifurkasi hopf dan *limit cycle*.

Berdasarkan latar belakang yang dipaparkan, penulis tertarik mengambil tema skripsi ini dengan judul “**EKSISTENSI BIFURKASI HOPF DAN *LIMIT CYCLE* PADA MODEL CHEMOSTAT**”

1.1 Rumusan Masalah

Adapun rumusan masalah dalam tugas akhir ini meliputi:

1. Bagaimana formulasi Model Chemostat?
2. Bagaimana titik tetap dan kestabilan dari setiap titik tetap pada model Chemostat?

3. Apa syarat terjadinya Bifurkasi Hopf dan *Limit Cycle*?
4. Bagaimana simulasi keberadaan Bifurkasi Hopf dan *Limit Cycle* pada Model Chemostat?

1.3 Batasan Masalah

Pembahasan tugas akhir ini dibatasi pada:

1. Formulasi model Chemostat yaitu ketika dua mikroorganisme ada dan salah satunya punah.
2. Mempelajari dan menganalisis kestabilan dari model *chemostat* menggunakan nilai eigen dan kriteria *Routh-Hurwitz*.
3. Semua parameter yang berhubungan dengan model bernilai positif.
4. Diasumsikan koefisien hasil (banyaknya mikroorganisme yang tumbuh per banyaknya nutrisi) dari budidaya mikroorganisme yang digunakan adalah koefisien hasil yang linier dan koefisien hasil fungsi kubik.
5. Menganalisis keberadaan *limit cycle* dengan menggunakan Kriteria Dulac Bendixson dan Bifurkasi Hopf dengan menggunakan kondisi transversal.
6. Software yang digunakan untuk menyelesaikan simulasi model adalah MATLAB.
7. Parameter sensitifitas yang digunakan adalah laju konsumsi intrinsik mikroorganisme pertama dan laju pertumbuhan mikroorganisme.

1.4 Tujuan dan Manfaat Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah diatas, tugas akhir ini mempunyai tujuan sebagai berikut:

1. Mengetahui formulasi Model Chemostat.
2. Mengetahui titik tetap dan kestabilan dari setiap titik tetap pada model Chemostat.
3. Mengetahui syarat terjadinya *Limit Cycle* dan Bifurkasi Hopf.
4. Melakukan simulasi keberadaan *Limit Cycle* dan *Bifurkasi Hopf* pada Model Chemostat.

Adapun manfaat tugas akhir ini adalah dapat mengetahui proses pembentukan model Chemostat dengan melihat bahwa pertumbuhan

mikroorganisme bergantung pada konsentrasi nutrisi yang terbatas. Selain itu, semoga dapat bermanfaat bagi pembaca yang ingin mengkaji lebih jauh mengenai pemodelan matematika khususnya dalam ilmu biologi.

1.5 Metode Penelitian

Metode penelitian yang digunakan dalam penulisan tugas akhir ini adalah metode penelitian kepustakaan. Penelitian kepustakaan merupakan suatu penelitian yang dilakukan dengan mengumpulkan data dan informasi berbagai macam materi yang ada dalam kepustakaan, seperti: buku-buku, jurnal, artikel, dan lain-lain.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika Penulisan tugas akhir ini terdiri dari 5 bab. Dengan perincian sebagai berikut:

BAB I : PENDAHULUAN

Bab ini terdiri dari tentang Latar Belakang, Rumusan Masalah, Batasan Masalah, Tujuan dan Manfaat Penelitian, Sistematika Penulisan.

BAB II : LANDASAN TEORI

Dalam bab ini akan dipaparkan materi pengertian Mikroorganisme, Nutrisi, Chemostat, Sistem Persamaan Diferensial Tak Linier, Titik Kesetimbangan, Matriks Jacobi, Nilai Eigen, Kestabilan Titik Kesetimbangan, Kriteria Routh-Hurwitz, Kondisi Transversal, Bifurkasi Hopf, *Limit Cycle*, Kriteria Dulac-Bendixson, dan Metode Euler.

BAB III : EKSISTENSI BIFURKASI HOPF DAN *LIMIT CYCLE* PADA MODEL CHEMOSTAT

Dalam bab ini di paparkan mengenai Model Chemostat, Domain dari Sistem, Titik Tetap, Kestabilan titik tetap, Analisis Bifurkasi Hopf, dan Analisis *Limit Cycle*.

BAB IV : SIMULASI

Dalam bab ini dipaparkan simulasi hasil kestabilan titik tetap dan terjadinya bifurkasi hopf pada Model Chemostat.

BAB V : PENUTUP

Pada bab ini akan dipaparkan kesimpulan sebagai rumusan dari rumusan masalah yang diajukan serta saran dan kritik.

DAFTAR PUSTAKA

