

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Teori graf adalah bagian dari matematika diskrit yang banyak digunakan sebagai alat bantu untuk menggambarkan atau menyatakan suatu persoalan agar lebih mudah dimengerti dan diselesaikan. Banyak persoalan akan lebih jelas untuk diterangkan bila dapat direpresentasikan dalam bentuk graf, diantaranya mengenai persoalan jembatan Königsberg. [6]

Menurut catatan sejarah, persoalan jembatan Königsberg adalah persoalan yang pertama kali diselesaikan menggunakan graf. Di kota Königsberg (sebelah timur Prussia, Jerman sekarang) dan sekarang bernama kota Kaliningrad, terdapat sungai Pregal yang mengalir mengitari pulau Kneiphof lalu bercabang menjadi dua buah anak sungai. Ada tujuh buah jembatan yang menghubungkan daratan yang dibelah oleh sungai tersebut. Masalah jembatan Königsberg adalah penduduk kota Königsberg ingin melalui ketujuh buah jembatan itu tepat satu kali dan kembali lagi ke tempat semula. Sebagian penduduk kota sepakat bahwa memang tidak mungkin melalui setiap jembatan itu hanya sekali dan kembali lagi ke tempat asal mula keberangkatan, tetapi mereka tidak dapat menjelaskan mengapa demikian jawabannya, kecuali dengan cara coba-coba. Tahun 1736, seorang matematikawan Swiss yang bernama Leonhard Euler berhasil menemukan jawaban itu dengan pembuktian yang sederhana. Ia memodelkan masalah ini ke dalam graf dimana daratan dinyatakan sebagai titik dan jembatan dinyatakan sebagai sisi. Setiap titik diberi label huruf A , B , C , dan D . [4]

Sebuah graf $G = (V, E)$ adalah suatu sistem yang terdiri atas suatu himpunan $V = \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\}$ yang merupakan himpunan titik (tidak boleh kosong), dan sebuah himpunan $E = \{e_1, e_2, e_3, \dots, e_n\}$ yang merupakan himpunan sisi (boleh kosong). [5]

Salah satu topik dalam teori graf yang banyak dikaji adalah pelabelan graf. Objek kajiannya berupa graf yang secara umum direpresentasikan oleh titik dan

sisi serta himpunan bagian bilangan asli yang disebut label. Pelabelan graf pertama kali diperkenalkan oleh Sadlãčk pada tahun 1964, kemudian Stewart pada tahun 1966 serta Kotzig dan Rosa pada tahun 1970. [9]

Pelabelan pada sebuah graf merupakan pemberian label pada elemen-elemen tertentu dari graf menggunakan bilangan bulat. Berdasarkan elemen-elemen yang dilabeli, pelabelan dibagi ke dalam tiga jenis, yaitu pelabelan titik, pelabelan sisi, dan pelabelan total. Pelabelan titik adalah pemberian label pada titik-titik dari sebuah graf. Pelabelan sisi adalah pemberian label pada setiap sisi dari sebuah graf. Pelabelan total adalah pemberian label pada titik-titik dan sisi-sisi dari sebuah graf.[2]

Pemanfaatan pelabelan pada graf sangat dirasakan peranannya, terutama pada sistem komunikasi dan transportasi, navigasi geografis, radar, penyimpanan data komputer, dan jaringan radio[9]. Jaringan radio adalah jaringan yang terdiri dari pemancar dan penerima gelombang yang didistribusikan lintas region. Pada masalah jaringan radio ini sendiri frekuensi dari pemancar satu ke pemancar lainnya yang dekat tidak boleh bercampur dan bagaimana agar bentangan frekuensi yang digunakan minimal. Griggs dan Yeh memperkenalkan pelabelan- $L(2,1)$ untuk merepresentasikan jaringan radio tersebut. Pelabelan ini adalah pelabelan yang dimana titik – titik yang berdekatan harus memiliki selisih label minimal dua sedangkan titik yang terhubung oleh lintasan dengan panjang dua harus memiliki label yang berbeda. [3]

Pelabelan- $L(2,1)$ pada graf terhubung dari G setara dengan penempatan bilangan bulat untuk setiap elemen dari $V(G) \cup E(G)$ sehingga titik yang bertetangga memiliki label yang berbeda, sisi yang bertetangga memiliki label yang berbeda, dan titik yang terkait dengan sisi memiliki selisih label paling kecil 2, pelabelan ini disebut pelabelan total- $(2,1)$ pada sebuah graf. [7]

Seiring dengan perkembangan jaman, jenis graf telah mengalami banyak perkembangan yang pesat, seperti graf lintasan, graf bintang, dan graf lingkaran yang dapat dimodifikasi menjadi graf baru seperti graf ganda dari graf lintasan, graf bintang, dan graf lingkaran. Beberapa kajian terdahulu tentang pelabelan total- $(2,1)$ pada graf tertentu telah dibahas pada suatu makalah, salah satunya adalah makalah yang ditulis oleh Qiaoling Ma dan Jihui Wang pada tahun 2011

yang berjudul “*The(2,1)-Total Labeling of Double Graph of Some Graph*”. Untuk selanjutnya, penulis tertarik untuk meneliti pelabelan total-(2,1) pada graf kipas ganda dF_n yang merupakan hasil *join* dari graf lintasan P_n dengan graf lengkap K_1 . Oleh karena itu, penulis ingin mengangkat tema pada skripsi ini dengan judul “**Pelabelan Total-(2,1) pada GrafKipas Ganda**”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan judul dan latar belakang tersebut, permasalahan yang akan dikaji dalam skripsi ini adalah bagaimana mengkonstruksi sebuah pelabelan total-(2,1) pada graf kipas ganda.

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah dari penyusunan skripsi ini adalah sebagai berikut:

1. Pelabelan yang dikaji adalah pelabelan total-(2,1).
2. Graf yang dikaji adalah graf kipas ganda.

1.4 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan penelitian skripsi ini adalah untuk menganalisa bagaimana mengkonstruksi sebuah pelabelan total-(2,1) pada graf kipas ganda.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat penelitian ini diantaranya adalah sebagai berikut:

1. Bagi Penulis
Memberikan pengalaman dan pengetahuan mengenai pelabelan total-(2,1) pada graf kipas ganda.
2. Bagi Pembaca
Dapat dijadikan sumbang saran bagi pembaca yang akan melakukan penelitian mengenai pelabelan total-(2,1).

3. Bagi Perpustakaan Jurusan Matematika

Dapat dijadikan sebagai tambahan referensi, sehingga dapat menambah wawasan bagi mahasiswa.

1.6 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah:

1. Studi Literatur dan Pemahaman

Studi literatur merupakan tahap dimana penulis mengumpulkan dan memahami materi yang terkait dengan penelitian.

2. Penelitian

Tahapan yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

- a. Menggambar graf kipas ganda yang akan dikaji.
- b. Memberikan pelabelan total-(2,1) pada graf kipas ganda dengan menggunakan ketentuan pelabelan total-(2,1).
- c. Menentukan bilangan pelabelan total-(2,1) dari graf kipas ganda.

1.7 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan skripsi ini terdiri dari empat bab, dimana masing-masing bab dibagi menjadi beberapa sub bab yaitu sebagai berikut:

BAB I PENDAHULUAN

Dalam bab ini dipaparkan tentang latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan dan manfaat penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan dari masalah yang dikaji.

BAB II LANDASAN TEORI

Dalam bab ini dipaparkan tentang teori-teori yang dijadikan ukuran standarisasi dalam pembahasan, yang terdiri dari himpunan, fungsi, dan graf.

BAB III PELABELAN TOTAL-(2,1) PADA GRAF KIPAS GANDA

Dalam bab ini dipaparkan hasil kajian penelitian yang meliputi bagaimana mengkonstruksi sebuah pelabelan total-(2,1) pada graf kipas ganda dan menentukan bilangan pelabelan total-(2,1) dari graf kipas ganda.

BAB IV PENUTUP

Dalam bab ini dipaparkan kesimpulan sebagai jawaban dari rumusan permasalahan yang diajukan serta saran untuk pengembangan penelitian selanjutnya.

DAFTAR PUSTAKA

Dalam bagian ini berisi sumber-sumber yang menjadi rujukan dalam penyusunan skripsi ini.

