

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1. Latar Belakang Masalah

Teori graf merupakan salah satu cabang ilmu matematika yang digunakan untuk menyelesaikan suatu permasalahan. Menurut sejarah, teori graf pertama kali diperkenalkan pada tahun 1736 oleh matematikawan Swiss, yaitu Leonhard Euler. Euler menggunakan teori graf untuk menyelesaikan permasalahan jembatan Konigsberg. Dalam jurnalnya yang berjudul “*Seven Bridge of Konigsberg*”, Euler mengenai struktur yang menghubungkan Kota Konigsberg dan sebuah pulau kecil yang dihubungkan oleh tujuh jembatan. Euler memodelkan permasalahan jembatan Konigsberg ini kedalam graf dimana daratan sebagai titik (*vertex*) dan jembatan sebagai sisi (*edge*). Sehingga, graf adalah struktur diskrit yang mengandung himpunan titik dan himpunan sisi yang menghubungkan titik-titik tersebut [1,2,3].

Pelabelan graf adalah suatu kajian dalam teori graf, objek kajian dalam pelabelan graf ini adalah graf yang direpresentasikan oleh titik, sisi, dan himpunan bilangan asli yang disebut label. Pelabelan graf pertama kali diperkenalkan oleh Sadlack (1964), Stewart (1966), dan Kotzig dan Rosa (1970). Menurut W.D. Wallis (2001) pelabelan pada suatu graf adalah suatu fungsi sebarang atau pemetaan satu ke satu yang memetakan unsur-unsur dalam graf yaitu titik dan sisi ke suatu himpunan bilangan. Berdasarkan domainnya, pelabelan dapat terbagi menjadi tiga jenis pelabelan. Pelabelan yang domainnya adalah himpunan titik disebut pelabelan titik, pelabelan yang domainnya adalah himpunan sisi disebut pelabelan sisi, dan pelabelan yang domainnya adalah himpunan titik dan sisi disebut pelabelan total [4].

Hingga saat ini kajian pelabelan graf terus mengalami perkembangan yang ditandai dengan banyaknya penemuan mengenai jenis pelabelan baru. Terdapat jenis

pelabelan yang sudah dikenal hingga saat ini, antara lain pelabelan *graceful* (*graceful labeling*), pelabelan tak teratur (*irregular labeling*), pelabelan anti-ajaib, pelabelan ajaib, pelabelan harmoni, pelabelan tak teratur- $H$ . Pelabelan tak teratur- $H$  ini terdapat menjadi tiga jenis berdasarkan domainnya, yaitu Pelabelan titik tak teratur- $H$ , pelabelan sisi tak teratur- $H$ , dan pelabelan total tak teratur- $H$ .

Pada tahun 2016, F. Ashraf, M. Bača, Z. Kimáková, dan Andrea Semaničová-Feňovčíková memperkenalkan pelabelan titik tak teratur- $H$  dan pelabelan sisi tak teratur- $H$ . Pada jurnalnya dijelaskan bahwa terdapat graf  $G$  yang memiliki selimut- $H$  dan sudah dilabeli titik. Jika bobot tiap subgraf yang isomorfik dengan graf  $H$  berbeda, maka dapat dikatakan bahwa pelabelan titik tersebut adalah pelabelan titik tak teratur- $H$ . Rumus untuk menghitung bobot subgrafnya adalah  $wt_{\alpha}(H') = \sum_{v \in V(H')} \alpha(v)$ . Lalu, terdapat graf  $G$  yang dilabeli. Jika bobot tiap subgraf yang isomorfik dengan graf  $H$  itu berbeda, maka dapat dikatakan bahwa pelabelan sisi tersebut adalah pelabelan sisi tak teratur- $H$ . Rumus untuk menghitung bobot subgrafnya adalah  $wt_{\beta}(H') = \sum_{v \in V(H')} \beta(v)$ . Dan pada tahun 2017, F. Ashraf, M. Bača, Andrea Semaničová-Feňovčíková, dan Marcela Lascakova memperkenalkan pelabelan total tak teratur- $H$ . Pada jurnalnya dijelaskan bahwa terdapat graf  $G$  yang memiliki selimut- $H$  dan sudah dilabeli titik dan sisi. Jika bobot tiap subgraf yang isomorfik dengan graf  $H$  itu berbeda, maka dapat dikatakan bahwa pelabelan total tersebut adalah pelabelan total tak teratur- $H$ . Rumus untuk menghitung bobot subgrafnya adalah  $wt_{\varphi}(H') = \sum_{v \in V(H')} \varphi(v) + \sum_{e \in E(H')} \varphi(e)$ . Nilai  $k$  terkecil sehingga graf  $G$  memiliki pelabelan titik tak teratur- $H$  disebut nilai titik ketakaturan- $H$  ( $vHs(G, H)$ ), nilai  $k$  terkecil sehingga graf  $G$  memiliki pelabelan sisi tak teratur- $H$  disebut nilai sisi ketakaturan- $H$  ( $eHs(G, H)$ ), dan nilai  $k$  terkecil sehingga graf  $G$  memiliki pelabelan total tak teratur- $H$  disebut nilai total ketakaturan- $H$  ( $tHs(G, H)$ ) [5,6].

Hingga tahun 2021 ini, belum ada penelitian yang mengkaji mengenai nilai ketakaturan- $H$  dengan graf yang dikajinya adalah graf ular  $m-C_n$  yang memiliki

selimut- $p-C_n$ , sehingga penulis tertarik untuk melakukan penelitian tersebut dalam skripsi yang berjudul “Nilai Ketakteraturan- $H$  pada Graf Ular  $m-C_n$ ”

## 1.2. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang diatas, masalah dalam skripsi ini yaitu :

1. Perlu memahami alur dari pelabelan tak teratur- $H$  sebelum mencari nilai ketakteraturan- $H$ .
2. Perlu meneliti formula label titik dan sisi dan mencari formula bobot untuk membuktikan label tersebut adalah jenis pelabelan tak teratur- $H$ .
3. Perlu dicari suatu bilangan  $k$  terkecil yang disebut nilai ketakteraturan- $H$  agar graf ular  $m-C_n$  memiliki pelabelan- $k$  tak teratur- $H$  dengan formula label yang telah diperoleh pada penelitian.

## 1.3. Batasan Masalah

Berdasarkan latar belakang dan rumusan masalah diatas, batasan masalah yang dikaji dalam penelitian ini sebagai berikut :

1. Pelabelan yang dikaji adalah pelabelan titik tak teratur- $H$ , pelabelan sisi tak teratur- $H$ , dan pelabelan total tak teratur- $H$ .
2. Graf yang dikaji adalah graf ular  $m-C_n$  yang memiliki selimut- $p-C_n$ .

## 1.4. Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian pada skripsi ini yaitu :

1. Memahami alur pelabelan tak teratur- $H$
2. Memperoleh formula label titik dan sisi, lalu mencari formula bobot untuk membuktikan bahwa label yang telah diperoleh adalah jenis pelabelan tak teratur- $H$ .

3. Ditemukan bilangan  $k$  terkecil atau nilai ketakteraturan- $H$  sehingga graf ular  $m-C_n$  memiliki pelabelan- $k$  tak teratur- $H$  dengan formula label yang telah diperoleh pada penelitian.

## 1.5. Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penilitan pada skripsi ini adalah studi literatur untuk pendalaman kajian mengenai nilai ketakteraturan- $H$  dan graf ular  $m-C_n$  yang memiliki selimut- $p-C_n$  dari berbagai buku dan jurnal *online* dan *offline*.

## 1.6. Sistematika Penulisan

Dalam penulisan skripsi ini terdapat empat bab sebagai berikut :

### BAB I: PENDAHULUAN

Pada bab ini dipaparkan latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan dan manfaat, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

### BAB II: LANDASAN TEORI

Pada bab ini dijelaskan teori-teori yang berkaitan dengan pelabelan tak teratur- $H$  dan graf ular  $m-C_n$ .

### BAB III: PEMBAHASAN

Pada bab ini dijelaskan secara rinci mengenai pelabelan tak teratur- $H$  pada suatu graf  $G$  dan cara mencari nilai ketakteraturan- $H$  pada graf ular  $m-C_n$ .

### BAB IV: PENUTUP

Pada bab ini dijelaskan tentang kesimpulan pada penelitian ini dan saran untuk pengembangan penelitian selanjutnya yang berhubungan dengan penelitian ini.