Membangun Matriks Peluang Transisi Markov Multivariat dan Analisisnya pada Data COVID-19 di Indonesia

Annisa Martina[1], Fahrudin Muhtarulloh[2], Asep Solih Awalluddin[3], Rini Cahyandari[4]

[1]Jurusan Matematika, UIN Sunan Gunung Djati Bandung, annisamartina@uinsgd.ac.id
[2]Jurusan Matematika, UIN Sunan Gunung Djati Bandung, fahrudin.math@uinsgd.ac.id
[3]Jurusan Matematika, UIN Sunan Gunung Djati Bandung, aasolih@uinsgd.ac.id
[4]Jurusan Matematika, UIN Sunan Gunung Djati Bandung, rini_cahyandari@uinsgd.ac.id

Abstrak

Kasus COVID-19 di dunia terus bertambah setiap harinya termasuk di Indonesia, di mana kasus pertama tercatat pada 2 Maret 2020 dengan kasus pasien positif sebanyak 2 orang, kemudian pada 11 Maret 2020 tercatat mulai ada 1 orang pasien meninggal. Kondisi terkini, yaitu hari terakhir pengambilan data pada 24 Maret 2020, tercatat 689 orang meninggal dan 8.211 orang positif COVID-19. Oleh karena itu, pada penelitian ini akan dilakukan analisis terhadap pergerakan data tersebut dengan memprediksi nilai peluang terjadinya COVID-19 di Indonesia pada masa mendatang menggunakan metode membangun matriks peluang transisi pada model rantai Markov multivariat. Model rantai Markov multivariat digunakan karena terdiri dari 3 barisan data (jenis pasien) yaitu pasien sembuh, pasien positif, dan pasien meninggal dengan 6 keadaan (tidak ada, sangat sedikit, sedikit, sedang, banyak dan sangat banyak). Hasil dari penelitian ini adalah matriks peluang transisi berukuran 3x3 (jenis pasien), dengan masing-masing elemen terdiri dari matriks ordo 6x6 (keadaan). Nilai peluang transisi terbesar untuk data pertambahan jumlah pasien COVID-19 di Indonesia pada 11 Maret 2020 s.d 24 April 2020, terjadi pada 2 kondisi; pertama, dengan nilai peluang transisi 0.6 terjadi dari pasien positif dengan keadaan sangat sedikit ke pasien sembuh dengan keadaan sedikit; dan kedua, dengan nilai peluang transisi 0.6667 terjadi dari pasien positif dengan keadaan sangat sedikit ke pasien meninggal dengan keadaan sedikit.

Kata kunci: COVID-19, matriks peluang transisi, model rantai Markov multivariat.

Abstract

The global cases of COVID-19 pandemic extensively increase as in Indonesia, the first two positive cases were reported in 2nd of March 2020 and followed by the first reported mortality in 9 days afterwards, 11th of March 2020. In latest situation, the last data collection by author in 24th of March 2020, 689 death toll and 8,211 COVID-19 positive cases were recorded. In association with the pandemic, author perform the data mobilization analysis to predict the transition probability outlook in Indonesia by applying multivariate Markov-Chain model. This model is compatible with 3 data rows (patient types) defined as recovered patient, positive, and mortal with 6 conditions (zero, least, less, fair, ample, and massive). As the result, this study shows transition probability matrix with 3x3 dimension where each element containing 6x6 conditions. The largest transition probability value for data incremental of total Indonesia COVID-19 patient in March 11th to April 24th 2020 occurred in two conditions; first, 0.6 transition probability value which emerges from positive with least condition to less recovered patient; second, 0.6667 transition probability value from least positive to less mortal patient.

Keywords: COVID-19, transition probability matrix, multivariate Markov-Chain model.

1 Pendahuluan

Menurut *website* Kementerian Kesehatan Republik Indonesia, Coronavirus merupakan keluarga besar virus yang menyebabkan penyakit pada manusia dan hewan. Pada manusia, virus ini biasanya menyebabkan penyakit infeksi saluran pernapasan, mulai flu biasa hingga penyakit yang serius seperti *Middle East Respiratory Syndrome* (MERS) dan Sindrom Pernafasan Akut Berat/ *Severe Acute Respiratory Syndrome* (SARS). Coronavirus jenis baru yang ditemukan pada manusia sejak kejadian luar biasa muncul di Wuhan Cina, pada Desember 2019, kemudian diberi nama *Severe Acute Respiratory Syndrome Coronavirus 2* (SARS-COV2), dan menyebabkan penyakit *Coronavirus Disease*-2019 (COVID-19). Di Indonesia kasus COVID-19 mulai tercatat pada 2 Maret 2020 dengan kasus pasien positif sebanyak 2 orang kemudian pasien meninggal pertama tercatat pada 11 Maret 2020. Kondisi terkini, yaitu hari terakhir pengambilan data pada 24 Maret 2020, tercatat 689 orang meninggal dan 8.211 orang positif COVID-19. Kasus COVID-19 di Indonesia terus bertambah setiap harinya, sehingga Pemerintah memberlakukan PSBB (Pembatasan Sosial Berskala Besar) pada beberapa wilayah tertentu.

Dengan melihat situasi seperti ini, maka analisis terhadap data COVID-19 di Indonesia sangat penting dilakukan. Oleh karena itu, penulis dengan dasar keilmuan Matematika Statistika akan membangun matriks peluang transisi yang merupakan salah satu parameter dari model rantai Markov multivariat yang dapat mengestimasi keadaan pada masa mendatang dengan mengamati keadaan saat ini. Rantai Markov pertama kali dicetuskan oleh seorang professor Rusia yang bernama Andrei A. Markov (1856-1922). Berikut ini adalah pernyataan Markov yang kemudian disebut sebagai sifat Markov (*Markovian Property*): "Peluang bersyarat dari sebuah kejadian masa depan, dengan diketahui kejadian masa lampau dan kejadian sekarang, adalah tidak bergantung oleh kejadian masa lampau dan hanya bergantung oleh kejadian sekarang" (Martina, 2015). Model rantai Markov multivariat digunakan karena terdiri dari 3 barisan data (jenis pasien) yaitu pasien sembuh, pasien positif, dan pasien meninggal dengan 6 keadaan (tidak ada, sangat sedikit, sedikit, sedang, banyak dan sangat banyak).

Adapun rumusan masalah dalam penelitian ini adalah bagaimana membangun matriks peluang transisi pada rantai Markov diskrit. Selanjutnya, matriks peluang transisi tersebut dianalisis untuk mengestimasi peluang COVID-19 di Indonesia pada masa mendatang.

2 Metodologi

Dalam karya tulis ini akan dipelajari lebih lanjut mengenai matriks peluang transisi pada rantai Markov. Rantai Markov merupakan suatu proses stokastik $\{X_n, n = 0,1,...\}$ yang mempunyai ruang keadaan berupa himpunan berhingga atau himpunan terbilang. Hal ini merupakan hasil proses menghitung pada himpunan tertutup dan terbatas bernilai nulat nonnegatif dan hingga (Cahyandari, 2015). Misalnya pada waktu ke-*n*, proses tersebut berada di keadaan *k*, maka dapat ditulis $X_n = k$. Yang dimaksud dengan proses stokastik adalah koleksi peubah acak dengan *n* menyatakan indeks waktu.

Dengan demikian rantai Markov dapat dituliskan sebagai berikut:

Untuk semua $k_0, k_1, \ldots, k_{n-1}, k, j$ dan semua $n \geq 0$,

$$\begin{aligned} & P\left\{ \underbrace{X_{n+1} = j}_{\text{kejadian mendatang}} \middle| \underbrace{X_0 = k_0, X_1 = k_1, \ldots, X_{n-1} = k_{n-1}}_{\text{kejadian masa lampau}},\ \underbrace{X_n = k}_{\text{kejadian sekarang}} \right\} \\ & = P\left\{ X_{n+1} = j \middle| X_n = k \right\} \qquad (1) \\ & = P_{jk} \end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan (1), peluang bersyarat dari semua kejadian mendatang X_{n+1}, dengan diberikan kejadian masa lampau $X_{0,}X_1, \ldots, X_{n-1}$ dan keadaan sekarang X_n ,adalah bersifat bebas terhadap kejadian masa lampau, dan hanya bergantung pada kejadian sekarang (Martina, 2015).

Peluang P_{jk} merupakan peluang transisi ke keadaan *j* dengan diberikan keadaan sekarang yaitu keadaan *k*. Berikut ini adalah sifat yang dimiliki oleh P_{jk} :

$$\sum_{k=1}^{m} P_{jk} = 1, P_{jk} \geq 0, j = 1, 2, ..., m$$

Dalam model rantai Markov multivariat ini, diasumsikan bahwa terdapat *s* barisan data kategori (jenis pasien) yang masing-masing memiliki *m* keadaan (misalnya: banyak, sedikit, dsb).

$$M=\{1,2,\ldots,m\}$$

Misalkan $\mathbf{x}_n^{(j)}$ adalah vektor peluang keadaan dari barisan (produk) ke-*j* pada waktu ke-*n*. Jika pada waktu ke-*n*, barisan (produk) ke-*j* berada pada keadaan *l*, maka dapat ditulis:

$$\mathbf{x}_n^{(j)} = \mathbf{e}_l = (0,\ldots,0,\underbrace{1,}_{\text{keadaan } l},0,\ldots,0)^T.$$

Dalam membangun model rantai Markov multivariat, diasumsikan persamaan berikut:

$$\mathbf{x}_{n+1}^{(j)} = \sum_{k=1}^{s} \lambda_{jk}\mathbf{P}^{(jk)}\mathbf{x}_n^{(k)}, \text{untuk } j = 1,2,\ldots,s \qquad (2)$$

dimana $\lambda_{jk} \geq 0,\ 1 \leq j,\ k \leq s, \text{dan} \sum_{k=1}^{s}\lambda_{jk} = 1,\ \text{untuk } j = 1,2,\ldots,s$

Dengan demikian berdasarkan persamaan (2), distribusi peluang keadaan dari barisan (jenis pasien) *j* pada waktu (*n*+1) bergantung pada keadaan barisan (jenis pasien) *j* dan *k* pada waktu *n*. Disini λ_{jk} adalah bobot peluang yang menyertakan pengaruh dari keadaan barisan (jenis pasien) *k* ke *j*. Adapun $\mathbf{P}^{(jk)}$ adalah matriks peluang transisi dari keadaan barisan (jenis pasien) *k* ke *j*, dan $\mathbf{x}_n^{(k)}$ adalah peluang keadaan barisan (jenis pasien) *k* pada waktu *n*. Berikut ini penulisan dalam bentuk matriks:

$$\mathbf{x}_{n+1} = \begin{pmatrix} \mathbf{x}_{n+1}^{(1)} \\ \mathbf{x}_{n+1}^{(2)} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{n+1}^{(s)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_{11}\mathbf{P}^{(11)} & \lambda_{12}\mathbf{P}^{(12)} & \cdots & \lambda_{1s}\mathbf{P}^{(1s)} \\ \lambda_{21}\mathbf{P}^{(21)} & \lambda_{22}\mathbf{P}^{(22)} & \cdots & \lambda_{2s}\mathbf{P}^{(2s)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{s1}\mathbf{P}^{(s1)} & \lambda_{s2}\mathbf{P}^{(s2)} & \cdots & \lambda_{ss}\mathbf{P}^{(ss)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x}_n^{(1)} \\ \mathbf{x}_n^{(2)} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n^{(s)} \end{pmatrix} \qquad (3)$$

$$\equiv \qquad \mathbf{Q} \qquad \mathbf{x}_n$$

Pada penelitian ini akan dicari matriks peluang transisi $\mathbf{P}^{(jk)}$ yang merupakan salah satu parameter pada model rantai Markov multivariat persamaan (2) untuk memprediksi peluang COVID-19 di Indonesia pada masa mendatang. Berikut adalah langkah untuk mencari estimasi parameter matriks peluang transisi $\mathbf{P}^{(jk)}$:

1. Hitung frekuensi transisi dari keadaan ke-*k* ke keadaan ke-*j*.
   Menghitung frekuensi transisi $f_{i_j i_k}^{(jk)}$ dari keadaan i_k keadaan i_j baik pada barisan data yang sama, maupun pada barisan data yang berbeda.
2. Simpan dalam bentuk matriks frekuensi transisi $\mathbf{F}^{(jk)}$:

$$\mathbf{F}^{(jk)} = \begin{pmatrix} f_{11}^{jk} & f_{21}^{jk} & \cdots & f_{m1}^{jk} \\ f_{12}^{jk} & f_{22}^{jk} & \cdots & f_{m2}^{jk} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{1m}^{jk} & f_{2m}^{jk} & \cdots & f_{mm}^{jk} \end{pmatrix}, \text{ dengan } m \text{ banyaknya keadaan}$$

3. Hitung peluang transisi dari keadaan ke-*k* ke keadaan ke-*j* dengan melakukan normalisasi, sehingga diperoleh peluang transisi $p_{i_j i_k}^{(jk)}$:

$$p_{i_j i_k}^{(jk)} = \begin{cases} \dfrac{f_{i_j i_k}^{(jk)}}{\sum_{i_j=1}^{m} f_{i_j i_k}^{(jk)}}, & \text{untuk } \sum_{i_j=1}^{m} f_{i_j i_k}^{(jk)} \neq 0 \\ 0 & \text{, lainnya} \end{cases}$$

4. Simpan dalam bentuk matriks peluang transisi $\mathbf{P}^{(jk)}$:

$$\mathbf{P}^{(jk)} = \begin{pmatrix} p_{11}^{jk} & p_{21}^{jk} & \cdots & p_{m1}^{jk} \\ p_{12}^{jk} & p_{22}^{jk} & \cdots & p_{m2}^{jk} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{1m}^{jk} & p_{2m}^{jk} & \cdots & p_{mm}^{jk} \end{pmatrix}, \text{ dengan } m \text{ banyaknya keadaan}$$

3 Hasil dan Pembahasan

Sumber data yang digunakan berasal dari data yang dirilis oleh Kementerian Kesehatan Republik Indonesia melalui *website* https://covid19.kemkes.go.id/. Durasi data yang digunakan adalah 45 hari dari tanggal 11 Maret 2020 s.d 24 April 2020, di mana tanggal 11 Maret 2020 merupakan hari pertama terdapat pasien meninggal di Indonesia. Adapun data yang dianalisis adalah data pertambahan jumlah pasien COVID-19 di Indonesia setiap hari untuk 3 jenis pasien yaitu pasien sembuh (1), pasien positif (2), dan pasien meninggal (3) dengan 6 keadaan (m=6) yaitu tidak ada (1), sangat sedikit (2), sedikit (3), sedang (4), banyak (5), dan sangat banyak (6). Berdasarkan data pertambahan per harinya, maka batasan keadaan untuk pasien sembuh dan meninggal sama yaitu tidak ada untuk 0 orang, sangat sedikit untuk 1 s.d 10 orang, sedikit untuk 11 s.d 20 orang, sedang untuk 21 s.d 30 orang, banyak untuk 31 s.d 50 orang, dan sangat banyak untuk 51 orang keatas. Sedangkan untuk pasien positif karena pergerakan datanya lebih besar dari pasien sembuh dan meninggal, maka batasan keadaannya pun mengikuti, yaitu tidak ada untuk 0 orang, sangat sedikit untuk 1 s.d 50 orang, sedikit untuk 51 s.d 150 orang, sedang untuk 151 s.d 250 orang, banyak untuk 251 s.d 350 orang, dan sangat banyak untuk 351 orang keatas.

3.1. Matriks Frekuensi Transisi

Matriks frekuensi transisi **F** untuk 3 jenis pasien (s=3) yaitu pasien sembuh (1), pasien positif (2) dan pasien meninggal (3) dengan enam keadaan (m=6) yaitu tidak ada (1), sangat sedikit (2), sedikit (3), sedang (4), banyak (5), dan sangat banyak (6). Berikut adalah penulisan matriks **F** tersebut:

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \mathbf{F}^{(11)} & \mathbf{F}^{(12)} & \mathbf{F}^{(13)} \\ \mathbf{F}^{(21)} & \mathbf{F}^{(22)} & \mathbf{F}^{(23)} \\ \mathbf{F}^{(31)} & \mathbf{F}^{(32)} & \mathbf{F}^{(33)} \end{pmatrix}, \text{dengan } \mathbf{F}^{(jk)} = \begin{pmatrix} f_{11}^{(jk)} & f_{21}^{(jk)} & f_{31}^{(jk)} & f_{41}^{(jk)} & f_{51}^{(jk)} & f_{61}^{(jk)} \\ f_{12}^{(jk)} & f_{22}^{(jk)} & f_{32}^{(jk)} & f_{42}^{(jk)} & f_{52}^{(jk)} & f_{62}^{(jk)} \\ f_{13}^{(jk)} & f_{23}^{(jk)} & f_{33}^{(jk)} & f_{43}^{(jk)} & f_{53}^{(jk)} & f_{63}^{(jk)} \\ f_{14}^{(jk)} & f_{24}^{(jk)} & f_{34}^{(jk)} & f_{44}^{(jk)} & f_{54}^{(jk)} & f_{64}^{(jk)} \\ f_{15}^{(jk)} & f_{25}^{(jk)} & f_{35}^{(jk)} & f_{45}^{(jk)} & f_{55}^{(jk)} & f_{65}^{(jk)} \\ f_{16}^{(jk)} & f_{26}^{(jk)} & f_{36}^{(jk)} & f_{46}^{(jk)} & f_{56}^{(jk)} & f_{66}^{(jk)} \end{pmatrix}$$

untuk j = 1,2,..,3 dan k = 1,2,..,3

Berikut ini adalah hasil perhitungan frekuensi transisi dengan menggunakan *software* Matlab R2014a:

1. Frekuensi transisi dari pasien sembuh (1) ke pasien sembuh (1) tidak mungkin, karena data yang digunakan adalah data pertambahan jumlah pasien sembuh setiap hari, artinya: jika hari ini pasien A tercatat sembuh, maka hari berikutnya tidak akan masuk ke dalam pencatatan pasien sembuh lagi.

2. Frekuensi transisi dari pasien positif (2) ke pasien sembuh (1) dengan enam keadaan (m=6) yaitu tidak ada (1), sangat sedikit (2), sedikit (3), sedang (4), banyak (5), dan sangat banyak (6):

$$\mathbf{F}^{(12)} = \begin{pmatrix} f_{11}^{(12)} & f_{21}^{(12)} & f_{31}^{(12)} & f_{41}^{(12)} & f_{51}^{(12)} & f_{61}^{(12)} \\ f_{12}^{(12)} & f_{22}^{(12)} & f_{32}^{(12)} & f_{42}^{(12)} & f_{52}^{(12)} & f_{62}^{(12)} \\ f_{13}^{(12)} & f_{23}^{(12)} & f_{33}^{(12)} & f_{43}^{(12)} & f_{53}^{(12)} & f_{63}^{(12)} \\ f_{14}^{(12)} & f_{24}^{(12)} & f_{34}^{(12)} & f_{44}^{(12)} & f_{54}^{(12)} & f_{64}^{(12)} \\ f_{15}^{(12)} & f_{25}^{(12)} & f_{35}^{(12)} & f_{45}^{(12)} & f_{55}^{(12)} & f_{65}^{(12)} \\ f_{16}^{(12)} & f_{26}^{(12)} & f_{36}^{(12)} & f_{46}^{(12)} & f_{56}^{(12)} & f_{66}^{(12)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 9 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

Berdasarkan matriks $\mathbf{F}^{12}$ tersebut, terlihat bahwa frekuensi transisi dengan nilai terbesar berada pada $f_{32}^{12} = 9$. Hal ini menunjukkan bahwa nilai frekuensi transisi terbesar terjadi pada frekuensi transisi dari pasien positif dengan keadaan sangat sedikit ke pasien sembuh dengan keadaan sedikit.

3. Frekuensi transisi dari pasien meninggal (3) ke pasien sembuh (1) tidak mungkin, sudah jelas, karena pasien sudah meninggal.

4. Frekuensi transisi dari pasien sembuh (1) ke pasien positif (2) tidak mungkin, karena asumsi pemerintah pasien yang sembuh tidak akan terinfeksi COVID-19 kembali.

5. Frekuensi transisi dari pasien positif (2) ke pasien positif (2) tidak mungkin, karena data yang digunakan adalah data pertambahan jumlah pasien positif setiap hari, artinya: jika hari ini pasien A tercatat positif, maka hari berikutnya tidak akan masuk ke dalam pencatatan pasien positif lagi.

6. Frekuensi transisi dari pasien meninggal (3) ke pasien positif (2) tidak mungkin, sudah jelas, karena pasien sudah meninggal.

7. Frekuensi transisi dari pasien sembuh (1) ke pasien meninggal (3) tidak mungkin, karena asumsi pemerintah pencatatan pasien meninggal dari pasien positif bukan dari pasien sembuh.

8. Frekuensi transisi dari pasien positif (2) ke pasien meninggal (3) dengan enam keadaan (m=6) yaitu tidak ada (1), sangat sedikit (2), sedikit (3), sedang (4), banyak (5), dan sangat banyak (6):

$$\mathbf{F}^{(32)} = \begin{pmatrix} f_{11}^{(32)} & f_{21}^{(32)} & f_{31}^{(32)} & f_{41}^{(32)} & f_{51}^{(32)} & f_{61}^{(32)} \\ f_{12}^{(32)} & f_{22}^{(32)} & f_{32}^{(32)} & f_{42}^{(32)} & f_{52}^{(32)} & f_{62}^{(32)} \\ f_{13}^{(32)} & f_{23}^{(32)} & f_{33}^{(32)} & f_{43}^{(32)} & f_{53}^{(32)} & f_{63}^{(32)} \\ f_{14}^{(32)} & f_{24}^{(32)} & f_{34}^{(32)} & f_{44}^{(32)} & f_{54}^{(32)} & f_{64}^{(32)} \\ f_{15}^{(32)} & f_{25}^{(32)} & f_{35}^{(32)} & f_{45}^{(32)} & f_{55}^{(32)} & f_{65}^{(32)} \\ f_{16}^{(32)} & f_{26}^{(32)} & f_{36}^{(32)} & f_{46}^{(32)} & f_{56}^{(32)} & f_{66}^{(32)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 9 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 4 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Berdasarkan matriks $\mathbf{F}^{32}$ tersebut, terlihat bahwa frekuensi transisi dengan nilai terbesar berada pada $f_{32}^{32} = 9$. Hal ini menunjukkan bahwa nilai frekuensi transisi terbesar terjadi pada frekuensi transisi dari pasien positif dengan keadaan sangat sedikit ke pasien meninggal dengan keadaan sedikit.

9. Frekuensi transisi dari pasien meninggal (3) ke pasien meninggal (3) tidak mungkin, karena data yang digunakan adalah data pertambahan jumlah pasien meninggal setiap hari, artinya: jika hari ini pasien A tercatat meninggal, maka hari berikutnya tidak akan masuk ke dalam pencatatan pasien meninggal lagi.

3.2. Matriks Peluang Transisi

Matriks peluang transisi **P** untuk 3 jenis pasien (s=3) yaitu pasien sembuh (1), pasien positif (2) dan pasien meninggal (3) dengan enam keadaan (m=6) yaitu tidak ada (1), sangat sedikit (2), sedikit (3), sedang (4), banyak (5), dan sangat banyak (6). Berikut adalah penulisan matriks **P** tersebut:

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}^{(11)} & \mathbf{P}^{(12)} & \mathbf{P}^{(13)} \\ \mathbf{P}^{(21)} & \mathbf{P}^{(22)} & \mathbf{P}^{(23)} \\ \mathbf{P}^{(31)} & \mathbf{P}^{(32)} & \mathbf{P}^{(33)} \end{pmatrix}, \text{dengan } \mathbf{P}^{(jk)} = \begin{pmatrix} p_{11}^{(jk)} & p_{21}^{(jk)} & p_{31}^{(jk)} & p_{41}^{(jk)} & p_{51}^{(jk)} & p_{61}^{(jk)} \\ p_{12}^{(jk)} & p_{22}^{(jk)} & p_{32}^{(jk)} & p_{42}^{(jk)} & p_{52}^{(jk)} & p_{62}^{(jk)} \\ p_{13}^{(jk)} & p_{23}^{(jk)} & p_{33}^{(jk)} & p_{43}^{(jk)} & p_{53}^{(jk)} & p_{63}^{(jk)} \\ p_{14}^{(jk)} & p_{24}^{(jk)} & p_{34}^{(jk)} & p_{44}^{(jk)} & p_{54}^{(jk)} & p_{64}^{(jk)} \\ p_{15}^{(jk)} & p_{25}^{(jk)} & p_{35}^{(jk)} & p_{45}^{(jk)} & p_{55}^{(jk)} & p_{65}^{(jk)} \\ p_{16}^{(jk)} & p_{26}^{(jk)} & p_{36}^{(jk)} & p_{46}^{(jk)} & p_{56}^{(jk)} & p_{66}^{(jk)} \end{pmatrix}$$

untuk j = 1,2,..,3 dan k = 1,2,..,3

Dengan menggunakan *software* Matlab R2014a, berikut adalah matriks peluang transisi**:**

1. Peluang transisi dari pasien sembuh (1) ke pasien sembuh (1) tidak mungkin, karena data yang digunakan adalah data pertambahan jumlah pasien sembuh setiap hari, artinya: jika hari ini pasien A tercatat sembuh, maka hari berikutnya tidak akan masuk ke dalam pencatatan pasien sembuh lagi.

2. Peluang transisi dari pasien positif (2) ke pasien sembuh (1) dengan enam keadaan (m=6) yaitu tidak ada (1), sangat sedikit (2), sedikit (3), sedang (4), banyak (5), dan sangat banyak (6):

$$\mathbf{P}^{(12)} = \begin{pmatrix} p_{11}^{(12)} & p_{21}^{(12)} & p_{31}^{(12)} & p_{41}^{(12)} & p_{51}^{(12)} & p_{61}^{(12)} \\ p_{12}^{(12)} & p_{22}^{(12)} & p_{32}^{(12)} & p_{42}^{(12)} & p_{52}^{(12)} & p_{62}^{(12)} \\ p_{13}^{(12)} & p_{23}^{(12)} & p_{33}^{(12)} & p_{43}^{(12)} & p_{53}^{(12)} & p_{63}^{(12)} \\ p_{14}^{(12)} & p_{24}^{(12)} & p_{34}^{(12)} & p_{44}^{(12)} & p_{54}^{(12)} & p_{64}^{(12)} \\ p_{15}^{(12)} & p_{25}^{(12)} & p_{35}^{(12)} & p_{45}^{(12)} & p_{55}^{(12)} & p_{65}^{(12)} \\ p_{16}^{(12)} & p_{26}^{(12)} & p_{36}^{(12)} & p_{46}^{(12)} & p_{56}^{(12)} & p_{66}^{(12)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0.5 & 0.0667 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0.5 & 0.6 & 0.125 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2 & 0.5 & 0.125 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1333 & 0.25 & 0.125 & 0.4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0.2 \\ 0 & 0 & 0 & 0.125 & 0.5 & 0.4 \end{pmatrix}$$

   Berdasarkan matriks $\mathbf{P}^{12}$ tersebut, terlihat bahwa peluang transisi pada kolom pertama (peluang transisi dari enam keadaan ke keadaan tidak ada) dengan nilai terbesar berada pada $p_{12}^{12} = 1$. Hal ini menunjukkan bahwa nilai peluang transisi terbesar di kolom pertama terjadi pada peluang transisi dari pasien positif dengan keadaan sangat sedikit ke pasien sembuh dengan keadaan tidak ada.

   Pada kolom kedua (peluang transisi dari enam keadaan ke keadaan sangat sedikit), nilai terbesar berada pada $p_{21}^{12} = p_{22}^{12} = 0.5$. Hal ini menunjukkan bahwa nilai frekuensi transisi terbesar di kolom kedua terjadi pada 2 kondisi; pertama, pada peluang transisi dari pasien positif dengan keadaan tidak ada ke pasien sembuh dengan keadaan sangat sedikit; kedua, pada peluang transisi dari pasien positif dengan keadaan sangat sedikit ke pasien sembuh dengan keadaan sangat sedikit.

   Pada kolom ketiga (peluang transisi dari enam keadaan ke keadaan sedikit), nilai terbesar berada pada $p_{32}^{12} = 0.6$. Hal ini menunjukkan bahwa nilai peluang transisi terbesar di kolom ketiga terjadi pada peluang transisi dari pasien positif dengan keadaan sangat sedikit ke pasien sembuh dengan keadaan sedikit.

   Pada kolom keempat (peluang transisi dari enam keadaan ke keadaan sedang), nilai terbesar berada pada $p_{43}^{12} = 0.5$. Hal ini menunjukkan bahwa nilai peluang transisi terbesar di kolom keempat terjadi pada peluang transisi dari pasien positif dengan keadaan sedikit ke pasien sembuh dengan keadaan sedang.

Pada kolom kelima (peluang transisi dari enam keadaan ke keadaan banyak), nilai terbesar berada pada $p_{56}^{12} = 0.5$. Hal ini menunjukkan bahwa nilai peluang transisi terbesar di kolom kelima terjadi pada peluang transisi dari pasien positif dengan keadaan sangat banyak ke pasien sembuh dengan keadaan banyak.

Pada kolom keenam (peluang transisi dari enam keadaan ke keadaan sangat banyak), nilai terbesar berada pada $p_{64}^{12} = p_{66}^{12} = 0.4$. Hal ini menunjukkan bahwa nilai peluang transisi terbesar di kolom keenam terjadi pada 2 kondisi; pertama, pada peluang transisi dari pasien positif dengan keadaan sedang ke pasien sembuh dengan keadaan sangat banyak; kedua, pada peluang transisi dari pasien positif dengan keadaan sangat banyak ke pasien sembuh dengan keadaan sangat banyak.

Jika nilai peluang transisi terbesar pada matriks $\mathbf{P}^{12}$disesuaikan dengan nilai frekuensi terbesar pada matriks $\mathbf{F}^{12}$, maka terlihat bahwa frekuensi transisi dengan nilai terbesar berada pada $f_{32}^{12} = 9$ dengan nilai peluang transisinya $p_{32}^{12} = 0.6$. Hal ini menunjukkan bahwa nilai frekuensi transisi terbesar dan nilai peluang transisi terbesar terjadi dari pasien positif dengan keadaan sangat sedikit ke pasien sembuh dengan keadaan sedikit.

3. Peluang transisi dari pasien meninggal (3) ke pasien sembuh (1) tidak mungkin, sudah jelas, karena pasien sudah meninggal

4. Peluang transisi dari pasien sembuh (1) ke pasien positif (2) tidak mungkin, karena asumsi pemerintah pasien yang sembuh tidak akan terinfeksi COVID-19 kembali.

5. Peluang transisi dari pasien positif (2) ke pasien positif (2) tidak mungkin, karena data yang digunakan adalah data pertambahan jumlah pasien positif setiap hari, artinya: jika hari ini pasien A tercatat positif, maka hari berikutnya tidak akan masuk ke dalam pencatatan pasien positif lagi.

6. Peluang transisi dari pasien meninggal (3) menjadi pasien positif (2) tidak mungkin, sudah jelas, karena pasien sudah meninggal.

7. Peluang transisi dari pasien sembuh (1) menjadi pasien meninggal (3) tidak mungkin, karena asumsi pemerintah pencatatan pasien meninggal dari pasien positif bukan dari pasien sembuh.

8. Peluang transisi dari pasien positif (2) menjadi pasien meninggal (3) dengan enam keadaan (m=6) yaitu tidak ada (1), sangat sedikit (2), sedikit (3), sedang (4), banyak (5), dan sangat banyak (6):

$$\mathbf{P}^{(32)} = \begin{pmatrix} p_{11}^{(32)} & p_{21}^{(32)} & p_{31}^{(32)} & p_{41}^{(32)} & p_{51}^{(32)} & p_{61}^{(32)} \\ p_{12}^{(32)} & p_{22}^{(32)} & p_{32}^{(32)} & p_{42}^{(32)} & p_{52}^{(32)} & p_{62}^{(32)} \\ p_{13}^{(32)} & p_{23}^{(32)} & p_{33}^{(32)} & p_{43}^{(32)} & p_{53}^{(32)} & p_{63}^{(32)} \\ p_{14}^{(32)} & p_{24}^{(32)} & p_{34}^{(32)} & p_{44}^{(32)} & p_{54}^{(32)} & p_{64}^{(32)} \\ p_{15}^{(32)} & p_{25}^{(32)} & p_{35}^{(32)} & p_{45}^{(32)} & p_{55}^{(32)} & p_{65}^{(32)} \\ p_{16}^{(32)} & p_{26}^{(32)} & p_{36}^{(32)} & p_{46}^{(32)} & p_{56}^{(32)} & p_{66}^{(32)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0. \\ 1 & 0.6667 & 0.6 & 0.125 & 0.25 & 0 \\ 0 & 0.1667 & 0.3333 & 0.5 & 0.125 & 0.4 \\ 0 & 0.1667 & 0.0667 & 0.25 & 0.25 & 0.4 \\ 0 & 0 & 0 & 0.125 & 0.25 & 0.2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.125 & 0 \end{pmatrix}$$

Berdasarkan matriks $\mathbf{P}^{32}$ tersebut, terlihat bahwa peluang transisi pada kolom pertama (peluang transisi dari enam keadaan ke keadaan tidak ada) dengan nilai terbesar berada pada $p_{12}^{32} = 1$. Hal ini menunjukkan bahwa nilai peluang transisi terbesar di kolom pertama terjadi pada peluang transisi dari pasien positif dengan keadaan sangat sedikit ke pasien meninggal dengan keadaan tidak ada.

Pada kolom kedua (peluang transisi dari enam keadaan ke keadaan sangat sedikit), nilai terbesar berada pada $p_{22}^{32} = 0.6667$. Hal ini menunjukkan bahwa nilai frekuensi transisi terbesar di kolom kedua terjadi pada peluang transisi dari pasien positif dengan keadaan sangat sedikit ke pasien meninggal dengan keadaan sangat sedikit.

Pada kolom ketiga (peluang transisi dari enam keadaan ke keadaan sedikit), nilai terbesar berada pada $p_{32}^{32} = 0.6$. Hal ini menunjukkan bahwa nilai peluang transisi terbesar di kolom ketiga terjadi pada peluang transisi dari pasien positif dengan keadaan sangat sedikit ke pasien meninggal dengan keadaan sedikit.

Pada kolom keempat (peluang transisi dari enam keadaan ke keadaan sedang), nilai terbesar berada pada $p_{43}^{32} = 0.5$. Hal ini menunjukkan bahwa nilai peluang transisi terbesar di kolom keempat terjadi pada peluang transisi dari pasien positif dengan keadaan sedikit ke pasien meninggal dengan keadaan sedang.

Pada kolom kelima (peluang transisi dari enam keadaan ke keadaan banyak), nilai terbesar berada pada $p_{52}^{32} = p_{54}^{32} = p_{55}^{32} = 0.25$. Hal ini menunjukkan bahwa nilai peluang transisi terbesar di kolom kelima terjadi pada 3 kondisi; pertama, pada peluang transisi dari pasien positif dengan keadaan sangat sedikit ke pasien meninggal dengan keadaan banyak; kedua, pada peluang transisi dari pasien positif dengan keeadaan sedang ke pasien meninggal dengan keadaan banyak; dan ketiga, terjadi pada peluang transisi dari pasien positif dengan keadaan banyak ke pasien meninggal dengan keadaan banyak.

Pada kolom keenam (peluang transisi dari enam keadaan ke keadaan sangat banyak), nilai terbesar berada pada $p_{63}^{32} = p_{64}^{32} = 0.4$. Hal ini menunjukkan bahwa nilai peluang transisi terbesar di kolom keenam terjadi pada 2 kondisi; pertama, padapeluang transisi dari pasien positif ke pasien meninggal dengan keadaan dari sedikit ke sangat banyak; dan kedua, pada peluang transisi dari pasien positif dengan keadaan sedang ke pasien meninggal dengan keadaan sangat banyak.

Jika nilai peluang transisi terbesar pada matriks $\mathbf{P}^{32}$disesuaikan dengan nilai frekuensi terbesar pada matriks $\mathbf{F}^{32}$, maka terlihat bahwa frekuensi transisi dengan nilai terbesar berada pada $f_{32}^{32} = 9$ dengan nilai peluang transisinya $p_{32}^{32} = 0.6667$. Hal ini menunjukkan bahwa nilai frekuensi transisi terbesar dan nilai peluang transisi terbesar terjadi dari pasien positif dengan keadaan sangat sedikit ke pasien meninggal dengan keadaan sedikit.

9. Peluang transisi dari pasien meninggal (3) menjadi pasien meninggal (3) tidak mungkin, karena data yang digunakan adalah data pertambahan jumlah pasien meninggal setiap hari, artinya: jika hari ini pasien A tercatat meninggal, maka hari berikutnya tidak akan masuk ke dalam pencatatan pasien meninggal lagi.

4 Simpulan

Matriks peluang transisi merupakan salah satu parameter dalam model rantai Markov multivariat. Matriks peluang transisi dapat dihitung dengan melakukan perhitungan frekuensi transisi terlebih dahulu, kemudian dinormalisasi terhadap jumlah kolom masing-masing matriks frekuensi transisi. Nilai peluang transisi terbesar untuk data pertambahan jumlah pasien COVID-19 di Indonesia pada 11 Maret 2020 s.d 24 April 2020, terjadi pada 2 kondisi; pertama, dengan nilai peluang transisi 0.6 terjadi dari pasien positif dengan keadaan sangat sedikit ke pasien sembuh dengan keadaan sedikit; dan kedua, dengan nilai peluang transisi 0.6667 terjadi dari pasien positif dengan keadaan sangat sedikit ke pasien meninggal dengan keadaan sedikit.

Referensi

Awalluddin, A. Sholih. (2004). Rantai Markov Waktu Kontinu dengan Aplikasi pada Model Antrian M/M/S. Makalah. Universitas Komputer Indonesia.

Cahyandari, Rini. (2015). Studi Pembentukan Proses Titik Melalui Pendekatan Ukuran Menghitung. *Jurnal Kajian Islam dan Teknologi (ISTEK) Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Gunung Djati Bandung*, *9*(2), 191-204.

Ching, W., Li, L., Li, T., Zhang, S. (2007): *A New Multivariate Markov Chain Model with Applications to Sales Demand Forecasting*, International Conference on Industrial Engineering and Systems Management, Beijing-China.

Ching, W., Ng, Michael K. (2006). *Markov Chains: Models, Algorithms and Applications*, United States of America, 141-150.

Kementerian Kesehatan Republik Indonesia. (2020). Info Corona Virus. Situasi Terkini Perkembangan Coronavirus Disease (COVID-19) 11 Maret s.d 24 April 2020, website: https://COVID19.kemkes.go.id/category/situasi-infeksi-emerging/info-corona-virus/#.XqfL_bYzbIU

Martina, Annisa. (2015). *Penggunaan Model Rantai Markov Multivariat Untuk Estimasi Permintaan Penjualan Pada Suatu Perusahaan.*Tesis Program Magister, Institut Teknologi Bandung.

Megasalindri, Lidya. (2013). *Prediksi Permintaan Penjualan dengan Menggunakan Model Rantai Markov Multivariat*, Tugas Akhir Program Sarjana, Institut Teknologi Bandung.

Muchlis, Ahmad. (2014). *Analisis Matriks*, Diktat Kuliah, Institut Teknologi Bandung, 39-40.

S. Syafruddin, S. Irma, dan Sukarna. 2014. Aplikasi Analisis Rantai Markov untuk Memprediksi Status Pasien Rumah Sakit Umum Daerah Kabupaten Barru. *Online Jurnal of Natural Science, Vol3*(3), 131-321.

Zaky, M. (2013). Aplikasi Rantai Markov (Markov Chain) pada Perencanaan Sumberdaya Manusia. *Jurnal Ilmu Sosial dan Ilmu Politik (JISPO) Vol.1*. 93-104.

Biografi Penulis

	Nama: Annisa Martina Pendidikan: S1 Matematika ITB S2 Matematika ITB Bidang Penelitian: Statistika Terapan
	Nama: Fahrudin Muhtarulloh Pendidikan: S1 Matematika UPI S2 Matematika UGM Bidang Penelitian: Statistika Opsi Saham
	Nama: Asep Solih Awalluddin Pendidikan: S1 Statistika Unpad S2 Matematika ITB Bidang Penelitian: Statistika
	Nama: Rini Cahyandari Pendidikan: S1 Matematika Unpad S2 Matematika ITB Bidang Penelitian: Statistika Matematika Asuransi Syariah