BAB I

PENDAHULUAN

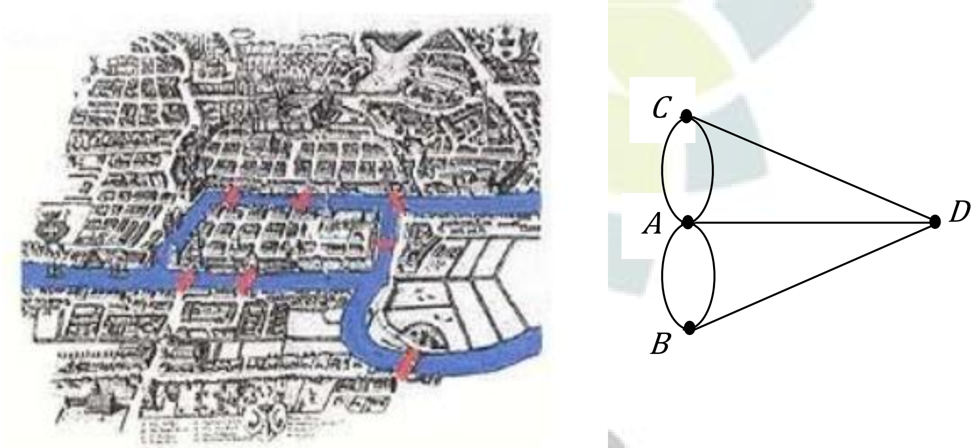
1.1 Latar Belakang Masalah

Banyaknya permasalahan dalam kehidupan sehari–hari telah mendorong manusia untuk mencari solusi secara tidak langsung yang kemudian mendorong berkembangnya ilmu pengetahuan dan teknologi. Matematika merupakan salah satu cabang ilmu yang banyak memberikan alternatif dalam menyelesaikan permasalahan di segala bidang. Salah satu cabang matematika yang dapat menyelesaikan suatu permasalahan adalah teori graf.

Teori graf sangat berguna untuk mengembangkan model-model terstruktur dalam berbagai situasi. Struktur-struktur yang terdiri atas kumpulan objek yang berkaitan satu sama lain dapat dibuat modelnya dengan sebuah graf, dengan titik sebagai representasi objeknya dan sisi sebagai representasi kaitan atau hubungan di antara objek-objek tersebut [2].

Menurut catatan sejarah, masalah jembatan Konigsberg adalah masalah pertama kali yang solusinya menggunakan graf. Konigsberg adalah sebuah kota tua di Prusia Timur yang sekarang dikenal dengan sebutan kota Kaliningrad. Di kota Kaliningrad terdapat sungai Pregal yang mengalir mengitari pulau Kneiphof lalu bercabang menjadi dua buah anak sungai. Ada tujuh buah jembatan yang menghubungkan daratan yang dibelah oleh sungai tersebut. Masalah jembatan Konigsberg adalah pertanyaan mengenai apakah mungkin melalui ketujuh buah jembatan itu masing-masing tepat satu kali dan kembali lagi ke tempat semula? Sebagian penduduk kota sepakat bahwa memang tidak mungkin melalui setiap jembatan itu hanya sekali dan kembali lagi ke tempat asal mula keberangkatan, tetapi mereka tidak dapat menjelaskan mengapa demikian jawabannya, kecuali dengan cara coba-coba [3].

Tahun 1736, seorang matematikawan Swiss, L.Euler adalah orang pertama yang berhasil menemukan jawaban masalah itu dengan pembuktian yang sederhana. Ia memodelkan masalah ini ke dalam graf. Daratan dinyatakan sebagai titik (noktah) yang disebut *vertex* dan jembatan dinyatakan sebagai sisi yang disebut *edge*. Setiap titik diberi label huruf A, B, C dan D. Graf yang dibuat oleh Euler diperlihatkan pada Gambar 1.1. Jawaban yang dikemukakan oleh Euler adalah orang tidak mungkin melalui ketujuh jembatan itu masing-masing satu kali dan kembali lagi ke tempat asal keberangkatan jika derajat setiap titik tidak seluruhnya genap [3].



(i) (ii)

Gambar 1.1 **(i)** Jembatan Konigsberg

(ii) Graf yang Mempresentasikan Jembatan Konigsberg

Graf G didefinisikan sebagai pasangan himpunan (V, E), ditulis dengan notasi $G = (V, E)$ yang dalam hal ini V adalah himpunan tidak kosong dari titik-titik dan E adalah himpunan sisi yang menghubungkan sepasang titik [3]. Pelabelan dari suatu graf adalah suatu pemetaan yang membawa setiap elemen graf, yaitu himpunan sisi atau himpunan titik ke bilangan-bilangan bulat positif yang disebut label [1]. Salah satu jenis himpunan yang berhubungan dengan graf yaitu himpunan fuzzy.

Himpunan fuzzy dikenalkan oleh L. A. Zadeh pada tahun 1965 [8]. Himpunan fuzzy adalah suatu himpunan dimana nilai keanggotaan dari elemennya adalah bilangan riil dalam interval tertutup [0,1] [8].

Graf fuzzy merupakan suatu teori perluasan dari teori graf dan himpunaan fuzzy. Misalkan U dan V adalah dua himpunan. Maka ρ disebut relasi fuzzy dari U ke V jika ρ adalah himpunan $U \text{x} V$. Suatu graf fuzzy $G = (\sigma, \mu)$ adalah suatu pasangan dari fugsi $\sigma: V \rightarrow [0,1]$ dan $\mu: V \text{x} V \rightarrow [0,1]$, dimana untuk setiap $u, v \in V$ diperoleh $\mu(u, v) \leq \sigma(u) \Lambda \sigma(v)$ [5].

Konsep-konsep dalam graf fuzzy seperti lingkaran, lintasan fuzzy dan sifat-sifatnya telah diperkenalkan oleh Rosenfeld [7]. Konsep graf fuzzy yang terus berkembang tersebut mendorong para peneliti untuk terus mengembangkan dan menganalisa baik secara teoritis maupun aplikasi. Secara teori, graf fuzzy dapat dikembangkan menjadi graf pelabelan fuzzy, yaitu suatu graf yang mempunyai pelabelan fuzzy [4]. Suatu fungsi bijektif ω disebut pelabelan fuzzy jika memetakan setiap titik dan sisi pada G^* ke [0,1], dimana setiap titik $\sigma^\omega(u)$, $\sigma^\omega(v)$ dan setiap sisi $\mu^\omega(u, v)$ merupakan suatu nilai keanggotaan sehingga $\mu^\omega(u, v) < \sigma^\omega(u) \Lambda \sigma^\omega(v)$ untuk setiap u , $v \in V$ [5]. Kemudian dari graf pelabelan fuzzy tersebut dapat dikembagkan lagi dengan mengaplikasikannya pada sebuah graf yang lebih khusus, misalnya pada graf lingkaran dan graf pohon.

Pada kajian sebelumnya telah dibahas mengenai sifat-sifat pada graf pelabelan fuzzy yaitu pada makalah yang berjudul *Properties Of Fuzzy Labeling Graph*, yang disusun oleh A. Nagoor Gani, yang dipublikasikan pada *Applied Mathematical Sciences*, vol.6, no.70, halaman 3461-3466, tahun 2012. Adapun kajian lain yang berkenaan yaitu *Fuzzy Labeling Tree*, yang disusun oleh A. Nagoor Gani dan D. Rajalaxmi Subahashini, yang dipublikasikan pada *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, vol.90, no 2, halaman 131-141, tahun 2014.

Melihat perkembangan dalam penerapan graf fuzzy dan pelabelan fuzzy pada berbagai jenis graf, penulis tertarik untuk mengkaji pelabelan fuzzy pada graf yag belum dikaji sebelumnya seperti pada graf roda..

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, tugas akhir ini memiliki rumusan masalah yaitu bagaimana cara menentukan lintasan terkuat, jembatan fuzzy dan titik akhir fuzzy dari dua buah titik yang bertetangga pada graf roda dengan menggunakan suatu pelabelan fuzzy.

1.3 Batasan Masalah

Permasalahan dalam pelabelan fuzzy ini hanya akan membahas bagaimana pelabelan fuzzy pada graf roda serta cara menentukan lintasan terkuat, jembatan fuzzy dan titik akhir fuzzy dari dua buah titik yang bertetangga pada graf tersebut. Graf yang digunakan dalam tugas akhir ini adalah graf roda W_n dengan $n \geq 3$ yang setiap titik dan sisinya sudah diberi derajat keanggotaan masing-masing, dimana derajat keanggotaan setiap titiknya yaitu $f(u_i) = 10^{1-i}, i = 1,2,3, \dots, n$ dan titik $w = 10^{-n}$, serta derajat keanggotaan setiap sisinya yaitu $f(u_i, u_{i+1}) = 10^{-(n+i)}$, $i = 1,2,3, \dots, n-1$, $f(u_1, u_n) = 10^{-2n}$ dan $f(u_i, w) = 10^{-(2n+i)}$.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penulisan tugas akhir ini yaitu dapat menentukan lintasan terkuat, jembatan fuzzy dan titik akhir fuzzy dari dua buah titik yang bertetangga pada graf roda dengan menggunakan suatu pelabelan fuzzy.

1.5 Metodologi Penelitian

Metodologi yang diterapkan dalam tugas akhir ini adalah sebagai berikut.

1. Pendekatan teoritis dari berbagai sumber pustaka yang berupa buku, jurnal, ataupun media online.
2. Pengkajian mengenai graf roda dan pelabelan fuzzy pada beberapa literatur.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan pada tugas akhir ini hanya memuat 4 BAB dengan perincian sebagai berikut.

BAB I PENDAHULUAN

Pada bab ini dipaparkan tentang latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, metodologi penelitian, sistematika penulisan dan kerangka berfikir dari masalah yang dikaji.

BAB II LANDASAN TEORI

Dalam bab ini penulis akan memaparkan tentang landasan teori yang dijadikan ukuran standardisasi dalam pembahasan, yang terdiri dari materi teori graf, pelabelan dan graf roda.

BAB III PELABELAN FUZZY PADA GRAF RODA

Dalam bab ini akan dipaparkan hasil kajian yang meliputi bagaimana menentukan lintasan terkuat, jembatan fuzzy dan titik akhir fuzzy dari dua buah titik yang bertetangga pada graf roda dengan menggunakan suatu pelabelan fuzzy.

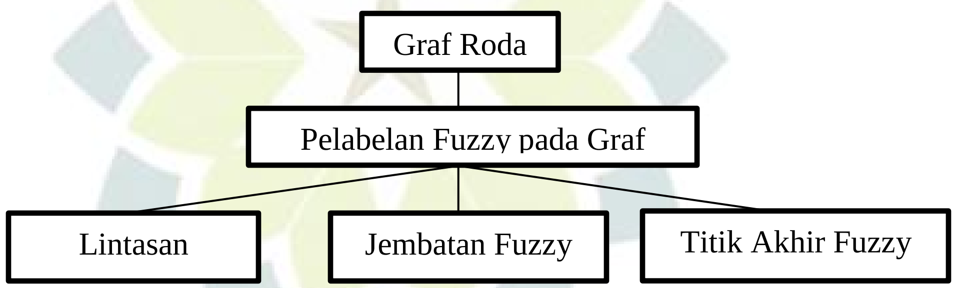
BAB IV PENUTUP

Dalam bab ini akan dipaparkan kesimpulan sebagai jawaban dari rumusan permasalahan yang diajukan serta saran untuk pengembangan tulisan yang berbeda dimasa yang akan datang.

DAFTAR PUSTAKA

1.7 Kerangka Berfikir

Dalam menentukan lintasan terkuat, jembatan fuzzy dan titik akhir fuzzy dari dua buah titik yang bertetangga pada graf roda dengan menggunakan suatu pelabelan fuzzy, maka penulis akan mempelajari beberapa materi tentang teori graf berupa graf fuzzy, pelabelan fuzzy dan graf roda. Langkah pertama adalah membuat suatu graf berupa graf roda W_n. Langkah kedua adalah memberikan derajat keanggotaan pada setiap titik dan sisi di graf tersebut. Langkah ketiga adalah menentukan lintasan terkuat, jembatan fuzzy dan titik akhir fuzzy dari dua buah titik yang bertetangga pada graf tersebut.



Gambar 1.2 Diagram Kerangka Berfikir