

Model EOQ Fuzzy untuk Barang Terdeteriorasi dengan Kondisi *Shortage* Diperbolehkan

Elis Ratna Wulan¹, Sa'adatul Fitriyah²

Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Sunan Gunung Djati Bandung¹
elisrwulan@yahoo.com

Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Sunan Gunung Djati Bandung²

Abstrak

Sekarang ini masih banyak perusahaan melakukan persediaan tanpa memperhitungkan perencanaan sehingga dapat mempengaruhi biaya operasional. Penentuan jumlah persediaan dan persediaan cadangan (*safety stock*) untuk mengantisipasi timbulnya lonjakan jumlah permintaan dan jumlah cacat produksi hanya ditentukan dengan perkiraan. Hal tersebut akan berpengaruh terhadap total biaya yang dikeluarkan untuk mengadakan persediaan. Tulisan ini mengembangkan model inventori fuzzy untuk barang yang terdeteriorasi dengan adanya *shortage*, serta menganggap dari parameter biaya pesan bersifat konstan namun untuk beberapa parameter lainnya seperti biaya simpan, biaya jual, biaya *shortage*, tingkat permintaan, dan tingkat deteriorasi bersifat tidak pasti (*fuzzyness*) yang ditransformasikan kedalam fuzzy L-R untuk fungsi keanggotaan trapesium fuzzy. Dengan menggunakan metode fuzzy yaitu operasi aritmatika fuzzy dan metode *signed distance* dapat diperkirakan kekurangan informasi dari biaya yang sudah ada, sehingga ketidaktepatan pandangan mengenai biaya dari inventori kontrol dapat sedikit teratasi. Nilai optimum dapat dicari dengan menggunakan metode *signed distance* pada model fuzzy. Hasil penelitian menyatakan bahwa untuk kasus ini model EOQ fuzzy untuk ruas kiri lebih optimal dibandingkan model EOQ tanpa fuzzy dan model EOQ dengan fuzzy untuk ruas kanan yaitu sebesar Rp.1091700,- untuk total biaya persediaan model EOQ fuzzy untuk ruas kiri, sedangkan total biaya persediaan untuk model EOQ tanpa fuzzy dan untuk model EOQ fuzzy untuk ruas kanan sebesar Rp.1117300,- dan Rp.3992300. Hal ini terjadi dikarenakan adanya akumulasi beberapa nilai parameter (biaya simpan, biaya kekurangan, biaya penjualan, permintaan, deteriorasi) dalam fuzzy. Meskipun demikian, dengan menggunakan metode fuzzy dapat membantu dalam menemukan ketidakpastian terhadap data. Khususnya pada tulisan yaitu data persediaan barang (*inventory*), artinya fuzzy dapat membantu untuk mengambil keputusan dalam hal berapa banyak harus disediakan dan kapan penyediaan itu dilakukan.

Kata kunci: Model EOQ *Shortage*, Deteriorasi, Logika Fuzzy, Fuzzy Trapesium, Metode *Signed Distance*

1. Pendahuluan

Setiap perusahaan, seperti perusahaan perdagangan, industri atau jasa selalu mengadakan persediaan. Kebutuhan akan sistem pengendalian persediaan pada dasarnya muncul karena adanya permasalahan yang mungkin dihadapi oleh perusahaan berupa terjadinya kelebihan atau kekurangan persediaan. Jika perusahaan mengalami kelebihan persediaan maka dapat merugikan, karena menyebabkan terhentinya perputaran uang atau modal dan munculnya biaya-biaya tambahan yang tidak diperlukan. Jika perusahaan kekurangan persediaan, maka perusahaan tidak dapat memenuhi permintaan dalam jumlah besar, sehingga untuk dapat memenuhi permintaan konsumen, perusahaan harus memesan barang

lebih sering, yang berarti akan meningkatkan biaya pemesanan.

Manajemen harus mengatur agar perusahaan berada pada suatu kondisi yang dapat memenuhi kedua kepentingan tersebut. Yang dikategorikan sebagai persediaan adalah *raw materials*, *work in process* dan *finished goods*. Setiap perusahaan memiliki jenis, perencanaan dan sistem pengendalian persediaan yang spesifik. Persoalan utama dalam pengelolaan persediaan ini terkandung dalam dua pertanyaan utama, yaitu: berapa banyak harus disediakan dan kapan penyediaan itu dilakukan.

Banyak perusahaan yang melayani pembelian ketika produknya sedang kosong. Pembeli dijanjikan bahwa pesannya akan ada beberapa hari (minggu, bulan dan seterusnya) kemudian. Pada pengendalian persediaan

tersebut pelanggan bersedia menunggu pesanan yang sudah habis dan pihak perusahaan mengizinkan tetap menjual suatu barang meskipun barangnya tidak ada di gudang (tingkat persediaan barang nol), maka pesanan untuk diambil kemudian oleh pelanggan biasa disebut *back order*. [1]

Dalam tulisan ini, dibahas tentang model persediaan EOQ yang mengizinkan *shortage*. Model ini mengasumsikan bahwa timbul kejadian di mana persediaan barang tidak terpenuhi. Akibatnya, terdapat dua kemungkinan yaitu; barang yang masih kurang akan dipenuhi kemudian atau permintaan dibatalkan. Model EOQ ini dapat diartikan sebagai model yang mengasumsikan semua parameter telah diketahui dengan pasti. Tetapi dalam kehidupan nyata, mungkin dari semua parameter memiliki gejala turun-naik atau perubahan jumlah karena pengaruh permintaan dan penawaran atau bahkan sekarang ini masih banyak perusahaan melakukan persediaan tanpa memperhitungkan perencanaan sehingga dapat mempengaruhi biaya operasional. Jadi, dengan alasan tersebut, untuk mengatasi masalah ini digunakanlah model fuzzy dan penggunaan metode fuzzy dianggap lebih realistis. Karena, model fuzzy merupakan ketidakpastian sebagai distribusi kemungkinan bukan sebagai distribusi probabilitas. Sehingga, dengan menggunakan konsep-konsep fuzzy dapat memperkirakan kekurangan informasi dari biaya yang sudah ada serta dapat membantu menentukan jumlah persediaan optimal dan meminimalkan biaya.

2. Metode Inventory

Pengertian mengenai persediaan dalam hal ini merupakan suatu aktiva yang meliputi barang-barang milik perusahaan dengan maksud untuk dijual dalam suatu periode usaha tertentu, atau persediaan barang-barang yang masih dalam pengerjaan/proses produksi, ataupun persediaan bahan baku yang menunggu penggunaannya dalam proses produksi. Jadi, persediaan mencakup persediaan bahan baku, persediaan bahan pembantu, persediaan barang dalam proses, dan persediaan barang jadi [11].

persediaan berdasarkan kategori penyimpanannya dapat dikelompokkan menjadi tiga jenis [9]:

1. *Obsolescence*
Persediaan yang menjadi usang atau tidak terpakai atau kuno pada waktu tertentu.
2. *Deterioration*
Persediaan yang rusak, busuk, kering, atau menguap.
3. *Non Obsolescence* atau *non Deterioration*

Persediaan yang memiliki tingkat bertahan tidak terbatas.

Model EOQ Shortage

Pada model EOQ dasar, diasumsikan bahwa pesanan datang tepat pada saat persediaan habis sehingga masalah kehabisan persediaan tidak pernah terjadi. Berbeda dengan EOQ *shortage*, dalam model ini kemungkinan terjadinya kekurangan persediaan. Oleh karena itu, komponen Biaya Total kekurangan persediaan (*shortage cost*) harus diperhitungkan dalam meminimumkan Biaya Total Persediaan [13]. Ada dua kemungkinan ketika terjadi kekurangan persediaan:

1. Barang yang masih kurang akan dipenuhi kemudian, atau
2. Permintaan akan dibatalkan.

Pilihan pertama merupakan yang paling lazim dipergunakan. Oleh karena itu, barang yang masih kurang akan dipenuhi dari produksi putaran berikutnya. Untuk kasus persediaan dengan kondisi *shortage* yaitu kekurangan persediaan, dalam menentukan kuantitas persediaan yang optimal (Q optimal), terdapat biaya-biaya yang relevan dalam menentukan total biaya persediaannya, yaitu: biaya pesan, biaya simpan, dan biaya *shortage* [10].

Notasi yang digunakan dalam model ini adalah:

- Q : Tingkat persediaan maksimum
- Q_s : Dimulainya *shortage*
- t_1 : Periode waktu ketika persediaan tersedia
- t_2 : Periode waktu ketika persediaan tidak tersedia
- L : Jumlah pesanan yang masuk ke dalam persediaan.
- D : Tingkat permintaan per unit waktu yaitu bersifat tidak pasti.
- $L-Q$: Jumlah kekurangan persediaan.
- C_1 : Biaya penyimpanan.
- C_2 : Biaya kekurangan persediaan.
- C_3 : Biaya pesan per putaran produksi.
- TC : Total biaya persediaan.

Dalam menentukan jumlah pesanan yang ekonomis, akan dicari biaya-biaya yang relevan untuk model *shortage*. Biaya-biaya tersebut adalah:

1. Biaya pesan, adalah biaya yang diberikan setiap kali melakukan pesanan yaitu C_3 , maka untuk satu putaran produksi biaya pesan menjadi:

$$\frac{D}{L} C_3 \quad (1)$$

2. Biaya penyimpanan, adalah biaya yang dikeluarkan ketika persediaan disimpan yaitu C_1 , maka untuk satu putaran produksi biaya simpannya adalah:

$$\frac{1}{2} Q C_1 t_1 \quad (2)$$

3. Biaya *shortage*, adalah biaya yang harus dikeluarkan ketika terjadi kekurangan persediaan yaitu C_2 , maka biaya *shortage* untuk satu putaran produksi adalah:

$$\frac{(L-Q)C_2}{2} t_2 \quad (3)$$

Dari persamaan (2) dan (3) terdapat masing-masing variabel t_1 dan t_2 . Dengan t_1 adalah:

$$t_1 = \frac{Q}{L} t$$

dan

$$t_2 = \frac{L-Q}{L} t$$

Dari persamaan (1), (2), dan (3) jumlah biaya rata-rata selama periode T dapat ditentukan, maka total biaya persediaannya menjadi:

$$TC = \frac{D}{L} C_3 + \frac{1}{2L} Q^2 C_1 + \frac{(L-Q)^2 C_2}{2L} \quad (4)$$

Persamaan (4) merupakan total biaya untuk persediaan dengan kasus kekurangan persediaan. Untuk mencari nilai Q optimal, L optimal, dan TC optimal maka persamaan (4) harus diturunkan terlebih dahulu yang merupakan syarat perlu untuk mencari nilai optimal.

Jumlah pesanan optimal (L^*) adalah:

$$L^* = \sqrt{\frac{2DC_3}{C_1}} \sqrt{\frac{C_1+C_2}{C_2}} \quad (10)$$

Dari persamaan (10) sebagai L optimal, maka dengan mudah akan dicari Q optimal untuk persediaan EOQ *shortage*

$$Q = \sqrt{\frac{2DC_3C_2}{C_1^2 + C_1C_2}} \quad (6)$$

Ketika L optimal dan Q optimal sudah diketahui dengan cara mencari turunan pertama, dengan begitu dalam mencari total biaya persediaan yang optimal akan lebih mudah. Total biaya persediaan optimal akan dicari dengan cara substitusi persamaan (5) dan persamaan (6) ke dalam total biaya persediaan *shortage* menjadi:

$$TC^* = \sqrt{\frac{2DC_1C_3C_2}{C_1+C_2}} \quad (7)$$

TC*: Total biaya persediaan optimal

Deteriorasi

Kebanyakan model persediaan yang ada menganggap bahwa produk dapat disimpan atau ditimbun dalam jangka waktu yang tak terhingga untuk memenuhi permintaan yang akan datang. Akan tetapi, barang-barang yang biasa digunakan seperti buah-buahan, daging, sayuran, bahan makanan, parfum, alkohol, zat radioaktif, fotografi, film, dan komponen-komponen elektronik dapat terdeteriorasi akibat penyimpanan yang terlalu lama.[9]

Persediaan yang terdeteriorasi diakibatkan penyimpanan yang terlalu lama dibandingkan dengan periode normal penyimpanannya, sehingga persediaan yang ada tidak dalam kondisi yang sempurna untuk memenuhi permintaan yang akan datang. Akibat dari penyimpanan yang terlalu lama tersebut persediaan akan mengalami kerusakan, kering, busuk, dan menguap.

Logika Fuzzy (Fuzzy Logic)

Logika fuzzy merupakan peningkatan dari logika Boolean yang diperkenalkan oleh Dr.Lotfi Zadeh dari Universitas California, Berkeley pada tahun 1965. Dalam logika Boolean menyatakan bahwa segala sesuatu hanya dapat diekspresikan dalam dua nilai, yaitu 0 dan 1, hitam dan putih, atau ya dan tidak. Dalam logika fuzzy memungkinkan nilai keanggotaan antara 0 dan 1, sehingga dalam logika fuzzy mengenal istilah “hitam, keabuan dan putih”, atau “sedikit, lumayan dan sangat”.

Himpunan Fuzzy

Definisi 1: Misalkan X adalah himpunan semesta. Maka himpunan fuzzy \bar{A} dari X didefinisikan dengan fungsi keanggotaan (*membership function*)

$$\mu_{\bar{A}}: X \rightarrow [0,1],$$

di mana setiap elemen $x \in X$ bilangan real, $\mu_{\bar{A}}(x)$ berada pada interval [0,1], dan nilai $\mu_{\bar{A}}(x)$ menunjukkan tingkat keanggotaan (*membership*) dari x pada \bar{A} . [15]

Adapun himpunan fuzzy \bar{A} didefinisikan [16]:

$$\bar{A} = \{(x, \mu_{\bar{A}}(x)) | x \in X\}$$

Fungsi Keanggotaan

Fungsi keanggotaan mendefinisikan bagaimana tiap titik dalam ruang *input* dipetakan menjadi bobot atau derajat keanggotaan antara 0 dan 1. Dalam teori himpunan ruang *input* juga dikenal sebagai *universe of discourse*. Satu-satunya kondisi yang harus dipenuhi oleh fungsi keanggotaan adalah bahwa memiliki keluaran tunggal dan bervariasi antara 1 dan 0, sementara bentuk fungsinya sendiri bisa sembarang kurva yang diinginkan.

Fungsi-fungsi keanggotaan fuzzy terparameterisasi satu dimensi yang umum digunakan diantaranya adalah [16]:

1. Fungsi keanggotaan Linier.
2. Fungsi keanggotaan sigmoid,
3. Fungsi keanggotaan berbentuk bel (lonceng),
4. Fungsi keanggotaan segitiga,
5. Fungsi trapesium,

Variabel Random Fuzzy L-R

Fuzzy L-R merupakan himpunan fuzzy yang mempunyai fungsi keanggotaan *left* (kiri)

dan *right* (kanan). Representasi fuzzy yang memenuhi fuzzy L-R ini adalah bilangan fuzzy segitiga (*triangular fuzzy*) dan fuzzy trapesium (*trapezoidal fuzzy*).

Operasi Aritmatika Fuzzy

Operasi aritmetika dasar pada bilangan fuzzy merupakan konsep perluasan dari operasi aritmetika dasar pada umumnya, yaitu dengan mengikutsertakan derajat keanggotaannya. Operasi bilangan fuzzy dilakukan dengan memanfaatkan α -cut yang berbentuk interval tertutup.[12]

Metode Signed Distance

Definisi 2: *The Signed Distance*: membatasi $d_0(a, 0) = a$ untuk $(a, 0) \in R$. [2]

Maksud dari Definisi 2 adalah jika $0 < a$ maka *The Signed Distance* antara a dan 0 adalah $d_0(a, 0) = a$. Dan jika $a < 0$ maka *The Signed Distance* antara a dan 0 adalah $-d_0(a, 0) = -a$. Oleh karena itu, dapat dikatakan $d_0(a, 0) = a$ merupakan *The Signed Distance* antara a dan 0.

Untuk $\{\tilde{A}_a\}$ berdasarkan Definisi 2, *The Signed Distance* dari $d_0(a, 0) = a$ masing-masing adalah $A_L(\alpha) = (b - a)\alpha + a$ dan $A_R(\alpha) = d - (d - c)\alpha$ yang memiliki bentuk:

$$d_0(a, 0) = [A_L(\alpha), A_R(\alpha)]$$

Definisi 3: Jika \tilde{A}_a merupakan himpunan fuzzy. Maka dapat didefinisikan *The Signed Distance* dari \tilde{A}_a sampai 0 : [2]

$$d(\tilde{A}_a, 0) = \frac{1}{2} \int_0^1 [A_L(\alpha) + A_R(\alpha)] d\alpha$$

Sehingga *The Signed Distance* untuk bilangan trapesium fuzzy $\tilde{A} = (a, b, c, d)$ adalah:

$$d(\tilde{A}_a, 0) = \frac{1}{4} (a + b + c + d)$$

Maka untuk $\alpha \in (0, 1]$, dengan menggunakan α -cut dari $\tilde{A} = (a, b, c, d)$ di mana $0 \leq \alpha \leq 1$ adalah $\tilde{A}_a = [A_L(\alpha) + A_R(\alpha)]$. $A_L(\alpha)$ dan $A_R(\alpha)$ adalah titik ujung ruas kiri dan kanan dari $[(b - a)\alpha + a, d - (d - c)\alpha]$, sehingga dengan menggunakan metode *signed distance*, ruas kiri dan ruas kanan adalah:[10]

$$C_L = \int_0^1 A_R(\alpha) d\alpha = \int_0^1 [d - (d - c)\alpha] d\alpha = \frac{c + d}{2}$$

3. Hasil dan Pembahasan

Asumsi yang digunakan dalam model ini adalah:

1. Produk homogen diasumsikan (jenis barang yang sama).
2. *Shortage* diperbolehkan.
3. Tingkat deteriorasi (θ) konstan
4. Permintaan (D) deterministik konstan
5. Tingkat penambahan tidak terbatas dan *Lead time* tidak diperbolehkan ($= 0$)

Notasi yang digunakan dalam model ini adalah :

- C_o : Biaya pesan per pesanan (Rp)
- C_h : Biaya simpan per unit (Rp)
- C_s : Biaya *shortage* (Rp)
- C_p : Biaya jual (Rp)
- $I(t)$: Tingkat permintaan persiklus (Unit)
- $\theta(t)$: Tingkat deteriorasi persiklus (Unit)
- r : jumlah kebutuhan selama kurun waktu t_1 , $R(t) = r$ (unit)
- t_1 : Siklus waktu ketika persediaan tersedia (Hari)
- t_2 : Siklus waktu ketika persediaan tidak tersedia (Hari)
- T : Daur pesanan ulang (satu kurun waktu antara dua pesanan) (Hari)
- Y : Satu periode (Tahun)
- Q : Tingkat persediaan maksimum (Unit)
- Q_0 : Jumlah persediaan yang ada pada saat proses produksi berjalan selama kurun waktu antara dua pesanan (Unit)
- C_{TS} : Biaya total *shortage* (biaya total kekurangan) (Rp)
- \tilde{C}_{TS} : Biaya total *shortage* (biaya total kekurangan) dalam fuzzy (Rp)
- $(C_{TS})_{ds}$: Nilai defuzifikasi dari nilai fuzzy \tilde{C}_{TS} dengan menggunakan metode *signed distance* (Rp)
- TC : Biaya total persediaan (Rp)
- \tilde{TC} : Biaya total persediaan dalam fuzzy (Rp)
- TC_{ds} : Nilai defuzifikasi dari nilai fuzzy \tilde{TC} dengan menggunakan metode *signed distance* (Rp)

Dalam pembahasan ini total biaya persediaan untuk model ini berasal dari biaya pesan, biaya penyimpanan, dan biaya *shortage*, biaya penjualan, dan biaya kehilangan persediaan akibat terdeteriorasi.

Jika Q adalah banyaknya jumlah pesanan setiap awal siklus persediaan, dan persediaan berangsur-angsur habis selama periode $[0, t_1]$ sehingga persediaan berakhir dengan nol pada saat $t = t_1$ dengan alasan permintaan dan deteriorasi per unit barang, dan terjadinya *shortage* saat $t = t_2$. Maka dengan demikian, level persediaan yang terdeteriorasi yang dimodelkan dengan proses deteriorasinya pada saat waktu t_1 dan t_2 atau selama T sebagai berikut [3]:

- 1) Jika jumlah produksi atau tingkat persediaan pada awal putaran = Q dan jumlah kebutuhan selama kurun waktu t_1 berjumlah sebesar r, maka jumlah putaran ialah:

$$n = \frac{r}{Q} \quad (9)$$

dan

$$t_1 = \frac{r}{r/Q} \quad (10)$$

- 2) Level persediaan terdeteriorasi (persediaan yang terpakai atau terdeteriorasi)

Jika $I(t)$ adalah tingkat persediaan yang ada saat t, maka bentuk persamaannya untuk level persediaan terdeteriorasi adalah:

$$Q = Q_0 - (I(t) - \theta I(t)) \quad (11)$$

$$\text{di mana } Q + Q + Q + \dots = r$$

Pada interval (0,T) jumlah pesanan sebesar Q, tingkat persediaan $I(t)$ akan berubah seiring bertambahnya waktu. Karena permintaan diasumsikan diketahui secara pasti dan bersifat konstan maka setiap bertambahnya t, jumlah persediaan dalam gudang $I(t)$ akan berkurang sebesar r. Hal ini menjelaskan bahwa laju perubahan persediaan terhadap waktu adalah konstan, dan mengapa garis yang melambangkan permintaan berupa garis linear. Secara matematis, Perubahan tingkat persediaan $I(t)$ terhadap waktu adalah:

$$\frac{\partial I(t)}{\partial t} = -r, \quad t_1 \leq t \leq T \quad (12)$$

Di mana Faktor Integrasi untuk persamaan (12)

$$e^{\int \theta dt} = e^{\theta t}$$

- 3) Tingkat rata-rata total penyimpanan I_H per unit selama periode [0,T] adalah [8]:

$$I_H = \int_0^{t_1} I(t) dt$$

$$= r \left(\frac{1}{2} t_1^2 \right) \quad (13)$$

- 4) Tingkat rata-rata total deteriorasi I_D per unit selama periode [0,T] adalah [3]:

$$I_D = Q - \int_0^{t_1} r dt$$

$$= r \theta t_1^2 \quad (14)$$

- 5) Tingkat rata-rata total *shortage* I_s per unit selama periode [0,T] adalah [3]:

$$I_s = - \int_{t_1}^T I(t) dt$$

$$= \frac{r}{2} (T - t_1)^2 \quad (15)$$

- 6) Total biaya *shortage* per unit waktu, adalah [3]:

$$C_{Ts} = \frac{1}{T} (C_s I_s)$$

$$= \frac{(T-t_1)^2}{2T} r C_s \quad (16)$$

- 7) Dengan menggabungkan keempat komponen biaya persediaan yang telah diperoleh di atas, maka Biaya Total Persediaan per unit waktu adalah [3]:

$$\text{Total cost} = \frac{1}{T} (C_o + C_h I_H + C_p I_D + C_s I_s)$$

$$TC = \frac{1}{T} (C_o + r C_h \left(\frac{1}{2} t_1^2 \right) + r C_p (\theta t_1^2) + \frac{r}{2} C_s (T - t_1)^2) \quad (17)$$

di mana $\frac{1}{T}$ = banyaknya siklus

- 8) Solusi Optimal

Tujuan dari perumusan model ini adalah penemuan t_1 dan T optimal melalui persamaan (17).

Syarat untuk meminimumkan persamaan (17) adalah:

$$\frac{\partial TC}{\partial t_1} = 0 \text{ dan } \frac{\partial TC}{\partial T} = 0$$

Dan untuk model EOQ fuzzy di mana Model EOQ mengatakan tingkat parameter permintaan dan deteriorasi konstan. Tetapi, dalam kehidupan nyata, tidak mudah menentukan nilai eksak dari parameter ini. Dengan alasan tersebut, kedua parameter tingkat permintaan dan tingkat deteriorasi, begitupun dengan parameter yang berkaitan (biaya simpan, biaya *shortage*, biaya penjualan) dengan keduanya dianggap sebagai bilangan fuzzy, serta mungkin dapat dijelaskan dengan *trapezoidal fuzzy number*. Parameter-parameter persediaan untuk kasus *shortage* dengan fuzzy yang telah ditransformasikan kedalam bentuk operasi aritmatika fuzzy untuk bilangan fuzzy L-R trapesium adalah sebagai berikut: [3]

$$\begin{aligned} \tilde{C}_h &= (C_{h1}, C_{h2}, C_{h3}, C_{h4}) \\ \tilde{C}_p &= (C_{p1}, C_{p2}, C_{p3}, C_{p4}) \\ \tilde{C}_s &= (C_{s1}, C_{s2}, C_{s3}, C_{s4}) \\ \tilde{r} &= (r_1, r_2, r_3, r_4) \\ \tilde{\theta} &= (\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4) \end{aligned} \quad (18)$$

Total biaya persediaan dalam fuzzy dengan menggunakan persamaan (17). TC^f untuk model fuzzy di gambarkan dengan: [3]

$$TC^f = \frac{1}{T} (C_o + \tilde{r} \tilde{C}_h \left(\frac{1}{2} t_1^2 \right) + \tilde{r} \tilde{C}_p (\theta t_1^2) + \frac{\tilde{r}}{2} \tilde{C}_s (T - t_1)^2) \quad (18)$$

himpunan fuzzy atau *membership function* untuk fungsi trapesium berdasarkan fungsi keanggotaan trapesium, yaitu:

$$\begin{aligned}
a &= \frac{1}{T} \left(C_o + r_1 C_{h1} \left(\frac{t_1^2}{2} \right) + r_1 C_{p1} \theta_1 t_1^2 \right. \\
&\quad \left. + r_1 C_{s1} \frac{(T - t_1)^2}{2} \right) \\
b &= \frac{1}{T} \left(C_o + r_2 C_{h2} \left(\frac{t_1^2}{2} \right) + r_2 C_{p2} \theta_2 t_1^2 \right. \\
&\quad \left. + r_2 C_{s2} \frac{(T - t_1)^2}{2} \right) \\
c &= \frac{1}{T} \left(C_o + r_3 C_{h3} \left(\frac{t_1^2}{2} \right) + r_3 C_{p3} \theta_3 t_1^2 \right. \\
&\quad \left. + r_3 C_{s3} \frac{(T - t_1)^2}{2} \right) \\
d &= \frac{1}{T} \left(C_o + r_4 C_{h4} \left(\frac{t_1^2}{2} \right) + r_4 C_{p4} \theta_4 t_1^2 + \right. \\
&\quad \left. r_4 C_{s4} \frac{(T - t_1)^2}{2} \right)
\end{aligned}$$

Dengan menggunakan metode *signed distance* berdasarkan (24) untuk ruas kiri dan ruas kanan, maka defuzzifikasi terhadap $T\tilde{C}$ adalah:

$$\begin{aligned}
T\tilde{C}_L &= \int_0^1 A_L(\alpha) d\alpha = \int_0^1 [(b - a)\alpha + a] d\alpha \\
&= \frac{a + b}{2} \\
&= \frac{1}{2T} \left[\left(C_o + r_1 C_{h1} \left(\frac{t_1^2}{2} \right) + r_1 C_{p1} \theta_1 t_1^2 \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + r_1 C_{s1} \frac{(T - t_1)^2}{2} \right) \right. \\
&\quad \left. + \left(C_o + r_2 C_{h2} \left(\frac{t_1^2}{2} \right) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + r_2 C_{p2} \theta_2 t_1^2 \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + r_2 C_{s2} \frac{(T - t_1)^2}{2} \right) \right] \\
T\tilde{C}_R &= \int_0^1 A_R(\alpha) d\alpha = \int_0^1 [d - (d - c)\alpha] d\alpha \\
&= \frac{c + d}{2} \\
&= \frac{1}{2T} \left[\left(C_o + r_3 C_{h3} \left(\frac{t_1^2}{2} \right) + r_3 C_{p3} \theta_3 t_1^2 \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + r_3 C_{s3} \frac{(T - t_1)^2}{2} \right) \right. \\
&\quad \left. + \left(C_o + r_4 C_{h4} \left(\frac{t_1^2}{2} \right) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + r_4 C_{p4} \theta_4 t_1^2 \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + r_4 C_{s4} \frac{(T - t_1)^2}{2} \right) \right]
\end{aligned}$$

Penentuan Biaya Persediaan Optimal

Biaya persediaan optimal untuk kasus EOQ *shortage* fuzzy dengan operasi aritmatika fuzzy, yaitu:

$$\begin{aligned}
T\tilde{C}_L &= \frac{a + b}{2} = \frac{1}{2T} \left[\left(C_o + r_1 C_{h1} \left(\frac{t_1^2}{2} \right) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + r_1 C_{p1} \theta_1 t_1^2 \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + r_1 C_{s1} \frac{(T - t_1)^2}{2} \right) \right. \\
&\quad \left. + \left(C_o + r_2 C_{h2} \left(\frac{t_1^2}{2} \right) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + r_2 C_{p2} \theta_2 t_1^2 \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + r_2 C_{s2} \frac{(T - t_1)^2}{2} \right) \right] \\
T\tilde{C}_R &= \frac{c + d}{2} = \frac{1}{2T} \left[\left(C_o + r_3 C_{h3} \left(\frac{t_1^2}{2} \right) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + r_3 C_{p3} \theta_3 t_1^2 \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + r_3 C_{s3} \frac{(T - t_1)^2}{2} \right) \right. \\
&\quad \left. + \left(C_o + r_4 C_{h4} \left(\frac{t_1^2}{2} \right) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + r_4 C_{p4} \theta_4 t_1^2 \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + r_4 C_{s4} \frac{(T - t_1)^2}{2} \right) \right]
\end{aligned}$$

Dari persamaan di atas, merupakan biaya total persediaan dengan menggunakan aplikasi fuzzy operasi aritmatika, yang sudah melalui proses defuzzifikasi dengan menggunakan metode *signed distance*.

Data Kasus

Data yang digunakan adalah data sekunder [8] dan data acak [3]. Pengambilan data tiga buah jenis makanan pada penelitian ini di anggap relevan untuk diterapkan pada model EOQ *shortage* fuzzy. Jenis persediaan yang terkandung didalamnya yaitu, makanan A, makanan B, dan makanan C. Parameter pada persediaan makanan A, B, dan C sangat cocok untuk digunakan pada model ini. Meskipun ada sedikit modifikasi pada beberapa parameter yang terkait secara bersama-sama, akan tetapi hal tersebut tidak berpengaruh pada penentuan nilai optimal.

Dengan demikian agar lebih jelas dalam penerapan bentuk model EOQ *shortage* fuzzy dengan operasi aritmatika maka akan diberikan sebuah data persediaan makanan di bawah ini[8]:

Tabel 4.1: Nilai Parameter dalam Fuzzy

Indikator	Nilai
Permintaan (\tilde{r})	100; 600; 1100; 1600
Fraksi Biaya Simpan (\tilde{C}_h)	0,5; 0,7; 0,9; 0,11
Biaya Kekurangan (\tilde{C}_p)	10; 60; 110; 160
Fraksi Deteriorasi ($\tilde{\theta}$)	0,55; 0,65; 0,75; 0,85
Biaya Jual (\tilde{C}_p)	3500; 7500; 11500; 15500

Analisis Data dan Pembahasan

Dengan menerapkan untuk model EOQ *shortage* untuk barang terdeteriorasi menghasilkan data sebagai berikut:

Tabel 4.2: Hasil Perhitungan dengan Model EOQ *Shortage*

Jenis Makanan	t_1^* (hari)	T^* (hari)	TC (Rp)
Makanan A	0.011	3.168	789186.17
Makanan B	0.012	1.702	135128.701
Makanan C	0.007	1.036	192988.501
Total Biaya Persediaan			1117303.372

Tabel 4.2 merupakan hasil perhitungan persediaan dengan menggunakan model EOQ *shortage* dengan biaya total persediaan dari ketiga jenis makanan yaitu makanan A sebesar Rp.789186.17,- atau sebesar Rp.789000,- dengan masing-masing t_1^* , dan T^* adalah 0.011, dan 3.168. Makanan B Rp.135128.701,- atau sebesar Rp.135100,- dengan masing-masing t_1^* , dan T^* adalah 0.013, dan 1.702. Makanan C Rp.192988.501,- atau sebesar Rp.192900,- dengan masing-masing t_1^* , dan T^* adalah 0.007, dan 1.036. Sehingga biaya keseluruhan persediaan jenis makanan yang harus dikeluarkan adalah sebesar Rp.407035.818- atau sebesar Rp.407000,-.

Perbandingan model EOQ *shortage* dengan model EOQ *shortage* fuzzy

Perbandingan hasil analisis data persediaan makanan pada model EOQ *shortage* dengan model EOQ *shortage* fuzzy pada variable C_{TS} , t_1 optimal, T optimal dan TC optimal dapat digambarkan pada masing-masing tabel berikut:

- a. Tabel Perbandingan t_1^* dengan \tilde{t}_{1L}^* dan \tilde{t}_{1R}^*

Tabel 4.5 Perbandingan t_1^* dengan \tilde{t}_{1L}^* dan \tilde{t}_{1R}^*

Jenis Makanan	t_1^* (hari)	\tilde{t}_{1L}^* (hari)	\tilde{t}_{1R}^* (hari)
Makanan A	0.011076	31.355	32.423
Makanan B	0.012972	30.074	31.099
Makanan C	0.007059	28.044	29.000

- b. Tabel Perbandingan T^* dengan \tilde{T}_L^* dan \tilde{T}_R^*

Tabel 4.6 Perbandingan T^* dengan \tilde{T}_L^* dan \tilde{T}_R^*

Jenis Makanan	T^* (hari)	\tilde{T}_L^* (hari)	\tilde{T}_R^* (hari)
Makanan A	3.167820	3.687	1.155

Makanan B	1.702081	3.536	1.108
Makanan C	1.036331	3.298	1.033

Berdasarkan hasil perbandingan antara t_1^* dengan \tilde{t}_{1L}^* dan \tilde{t}_{1R}^* , T^* dengan \tilde{T}_L^* dan \tilde{T}_R^* , dan TC^* dengan TC_{L}^* dan TC_{R}^* untuk masing-masing makanan pada kasus ini dapat dikatakan mengalami perbandingan yang cukup tajam, misalkan untuk jenis makanan tipe A biaya total persediaan yang harus dikeluarkan ternyata TC_{L}^* lebih kecil dibandingkan TC^* dan TC_{R}^* . Itu artinya pemilihan kebijakan pada TC_{L}^* lebih menguntungkan, karena total biaya persediaan yang harus dikeluarkan paling sedikit dibandingkan dengan TC^* dan TC_{R}^* . Akan tetapi, pada TC_{R}^* merupakan biaya total paling besar dibandingkan dengan TC^* dan TC_{L}^* , hal ini terjadi karena adanya proses akumulasi dari beberapa parameter yang terkait, yaitu: biaya simpan, biaya penjualan, biaya *shortage*, tingkat permintaan, dan deteriorasi dalam penggunaan metode fuzzy pada kasus persediaan makanan ini. Proses akumulasi tersebut terjadi bermula dari parameter-parameter yang ada pada model EOQ tanpa fuzzy memiliki nilai konstan berubah menjadi nilai yang difuzzyfikasikan dengan menggunakan metode *signed distance* dalam fuzzy sehingga parameter yang ada berubah bentuk menjadi nilai fuzzy untuk fungsi keanggotaan trapesium. Sehingga, menjadikan hasil yang diperoleh TC_{R}^* lebih besar dibandingkan TC^* dan TC_{L}^* .

4. Kesimpulan

Penentuan hasil solusi optimal dari model EOQ dan EOQ fuzzy yang dibentuk adalah dengan menemukan t_1 dan T optimal melalui persamaan biaya total persediaan yang disederhanakan dengan memperhatikan t_1 dan T.

T^* merupakan periode pemesanan yang diharapkan menyebabkan nilai total biaya persediaan minimum, ketika persediaan mengalami *shortage* atau deteriorasi. Sedangkan t_1^* merupakan periode habisnya persediaan yang keduanya disubstitusikan kedalam persamaan biaya total persediaan sehingga menyebabkan nilai total biaya persediaan minimum.

Sedangkan untuk t_1^* dan T^* optimal model EOQ fuzzy diperoleh dengan menggunakan metode *signed distance*.

Persamaan penentu kebijakan persediaan yang optimal, baik persamaan untuk ruas kiri maupun ruas kanan mampu memberikan kontribusi yang cukup signifikan ketika diaplikasikan pada kehidupan nyata, yaitu pada

studi kasus persediaan jenis makanan. Sehingga dapat disimpulkan bahwa penggunaan fuzzy pada model EOQ *shortage* ini dapat memberikan biaya persediaan yang minimum dan maksimum.

Untuk penelitian selanjutnya, proses penyelesaian model fuzzy EOQ *shortage* dapat menggunakan *linier programming, multiobjektif programming, dan Nelder-mead method*. Model EOQ *shortage* ini bisa juga dikembangkan untuk kasus yang lebih kompleks yaitu dengan asumsi *multi item*.

Daftar Pustaka

- Aminudin. (2005). *Prinsip-Prinsip Riset Operasi*. Jakarta: Erlangga.
- Chiang, Jer-shan., Jing-Shing Yao., and Huey-Ming Lee. (2005). *Fuzzy Inventory with Backorder Defuzzification by Signed Distance Method*. Journal of Information Science and Engineering. 21, 673-694.
- Dutta, D., Kumar, Pavan. (2013). *Fuzzy Inventory Model for Deteriorating Items with Shortages under Fully Backlogged Condition*. International Journal of Soft Computing and Engineering (IJSCE) ISSN: 2231-2307, Volume-3, Issue-2, May 2013
- Goyal, S., K. Giri, B., C. *Recent Trends in modeling of deteriorating inventory*. European Journal Of Operational Research 134 (2001) 1-16.
- Jaggi, C., K. Pareek, S. Sharna, A. and Nidhi. *Fuzzy inventory model for deteriorating items with time-varying demand and shortages*, American Journal of Operational Research, vol. 2(6), 2012, pp.81-92.
- Kusumadewi, Sri. (2010). *Aplikasi Logika Fuzzy untuk pendukung keputusan*. Yogyakarta: Graha Ilmu
- Li, Quania. Yang, Jiaqin. and Lee, Huei. *An Optimization Inventory Model with Allowable Defective Rate and Shortage Backordering*.
- Limansyah, Taufik. (2012). *Penentuan Kebijakan Pemesanan Barang untuk Model Persediaan Multi Item dengan Mempertimbangkan Faktor Kadaluarsa dan Faktor All Unit Discount*. Laporan Penelitian: Universitas Katolik Parahyangan. Bandung.
- Putri, Arrival Rince. (2011). *“Model Persediaan Economic Production Quantity (EPQ) dengan Parameter Fuzzy dan Waktu Tunda”*. Tesis: Institute Teknologi Bandung. Bandung.
- Rahman, Arief. (2013). *Pemodelan Economic Order Quantity (EOQ) Shortage Fuzzy dengan Interval Aritmatika Menggunakan Metode Signed Distance*. Skripsi: Universitas Islam Negeri Sunan Gunung Djati. Bandung.
- Rangkuti, Freddy. (1995). *Manajemen Persediaan Aplikasi di Bidang Bisnis*. Jakarta: Rajagrafindo Persada.
- Ravita, Elva., Alisah, Evawati. (2012). *STUDI TENTANG PERSAMAAN FUZZY*. Skripsi: Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim. Malang.
- Siswanto. (2002). *Oprations Research-Jilid II*. Jakarta: Erlangga.
- Sudrajat, Dr.H. M.Sc.. (2011) *“Modul Kuliah Inventory”*, Jurusan Matematika Fakultas Matematika., Bandung: Universitas Padjajaran
- Sudrajat, Hartini.,Elis, dan Astiany., Andine. (2009). *Optimalisasi Waktu Investasi dengan Fuzzy Real Option*. Bandung: FMIPA Universitas Padjajaran.
- Suyanto, ST. (2008). *Soft Computing-Membangun Mesin Ber-IQ Tinggi*. Bandung: Informatika Bandung.
- Yan, Jun., Michael., James, Power., 1994. *Using Fuzzy Logic (Toward Intelligent Systems)*. New York: Prentice-Hall.
- Zadeh, Lutfi A., 1965. *Fuzzy Sets*. Information and Control vol. 8, n0. 3, pp. 38-353.