

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori graf merupakan salah satu cabang ilmu matematika yang memiliki banyak manfaat hingga saat ini. Graf digunakan untuk merepresentasikan suatu objek dan hubungan dari objek tersebut. Representasinya bisa dengan titik, bulatan, atau dengan noktah untuk menyatakan objek, sedangkan hubungan antara objek-objeknya dinyatakan dengan garis. Dengan merepresentasikan permasalahan ke dalam bentuk graf, maka suatu permasalahan dapat dijelaskan secara lebih sederhana. Misalnya peta jalan raya yang menghubungkan sejumlah kota di Jawa Barat, peta tersebut merupakan sebuah graf, yang dalam hal ini suatu kota dinyatakan dengan titik, sedangkan jalannya adalah sebuah garis. Dengan diberikannya peta tersebut, kita dapat mengetahui apakah ada lintasan jalan antara dua buah kota dan rute perjalanan tersingkat dari kota A ke kota B.

Pada abad ke-18, Euler memperkenalkan dasar pengembangan teori graf. Pada saat itu di kota Koningsberg, terdapat suatu sungai yang membelah kota menjadi empat daratan yang terpisah. Daratan tersebut dihubungkan oleh tujuh jembatan. Warga kota tersebut ingin melewati setiap jembatan tepat satu kali dan kembali lagi ke tempat awal. Euler membuktikan, dengan menggunakan suatu bentuk representasi tertentu, bahwa hal itu tidak mungkin. Bentuk representasi itu berkembang menjadi teori graf yang kita kenal hingga saat ini. [15]

Pelabelan graf merupakan salah satu topik dari teori graf yang cukup menyorot perhatian. Objek kajiannya berupa graf yang secara umum direpresentasikan oleh titik dan sisi serta himpunan bagian bilangan bulat positif yang disebut label. Pelabelan graf diperkenalkan oleh Sadlãck (1964) [4], kemudian Stewart (1966) [4], Kotzig dan Rosa (1970) [4].

Pelabelan graf merupakan suatu pemberian nilai (dengan bilangan bulat) pada titik atau sisi atau keduanya dari graf untuk memenuhi kondisi tertentu. Bilangan-bilangan tersebut disebut label. Jika unsur yang diberi nilai

hanya titiknya saja maka pelabelan tersebut disebut pelabelan titik. Jika unsur yang diberi nilai adalah sisinya saja maka pelabelannya disebut dengan pelabelan sisi. Jika unsur yang diberi nilai adalah titik dan sisi maka pelabelan semacam itu disebut pelabelan total.

Banyak jenis pelabelan yang dikembangkan, diantaranya adalah pelabelan $-L(2,1)$. Termotivasi dari makalah karya Hales pada tahun 1980 tentang pelabelan berdasarkan jarak pada graf yang telah memberikan model baru untuk menentukan masalah frekuensi. Pada semua jenis pelabelan jarak, pembatasan untuk perbedaan antara label pada titik tergantung pada jarak antara kedua titik tersebut. Yang paling banyak dipelajari dari pelabelan jarak adalah pelabelan $-L(2,1)$, pembatasan ditetapkan pada label dengan perbedaan antara dua titik dengan jarak 1 atau 2.

Jaringan radio adalah jaringan yang terdiri dari pemancar dan penerima gelombang yang didistribusikan lintas region. Pada masalah jaringan radio ini frekuensi dari pemancar satu ke pemancar lainnya yang dekat tidak boleh bercampur dan bentangan frekuensi yang digunakan minimal.

Dalam komunikasi pribadi dengan Griggs selama 1988 Roberts mengusulkan variasi saluran masalah penugasan dimana pemancar dekat harus menerima saluran yang berbeda dan pemancar sangat dekat harus menerima saluran yang setidaknya dua terpisah. [8]

Situasi diatas dapat dimodelkan sebagai pelabelan $-L(2,1)$, dimana pemancar diwakili oleh titik dari grafik, dua titik yang sangat dekat jika mereka berdekatan (bertetangga) dalam graf dan dekat jika mereka berada di jarak dua terpisah dalam grafik. Dua titik yang berdekatan tersebut akan mengindikasikan komunikasi yang mungkin terjadi, sedangkan pelabelannya direpresentasikan sebagai frekuensi yang mungkin terjadi.

Berdasarkan uraian diatas, penulis ingin mengangkat tema pada skripsi ini dengan judul **“Pelabelan $-L(2,1)$ pada graf $(P_n \square C_4) \odot K_1$ ”**.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan judul dan latar belakang tersebut, permasalahan yang akan dikaji dalam skripsi ini adalah bagaimana menentukan bilangan pelabelan $-L(2,1)$ pada graf $(P_n \square C_4) \odot K_1$?

1.3 Batasan Masalah

Pada skripsi ini, ruang lingkup masalah yang dikerjakan dibatasi pada graf $(P_n \square C_4) \odot K_1$.

1.4 Tujuan dan Manfaat Penelitian

Tujuan yang ingin dicapai dari skripsi ini adalah untuk menentukan bilangan pelabelan $-L(2,1)$ pada graf $(P_n \square C_4) \odot K_1$

Manfaat dari penelitian ini adalah dapat menambah wawasan mengenai teori graf dan menjadi pustaka untuk matematikawan lain yang ingin membahas mengenai pelabelan $-L(2,1)$ khususnya pada graf $(P_n \square C_4) \odot K_1$.

1.5 Metode Penelitian

Metode yang digunakan pada penelitian ini adalah:

1. Studi Literatur dan Pemahaman

Studi literatur merupakan tahap dimana penulis mengumpulkan dan memahami materi yang terkait dengan penelitian.

2. Penelitian

Tahapan yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

- a. Menggambar graf $(P_n \square C_4) \odot K_1$ yang akan dikaji.
- b. Memberikan pelabelan $-L(2,1)$ pada graf $(P_n \square C_4) \odot K_1$.
- c. Membuktikan label terbesar minimum dari pelabelan $-L(2,1)$ pada graf $(P_n \square C_4) \odot K_1$ dengan memanfaatkan proposisi atau teorema-teorema yang telah dikaji sebelumnya disertai dengan argumentasi kombinatorika

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan skripsi ini terdiri dari empat bab, dimana masing-masing bab dibagi menjadi beberapa sub bab yaitu sebagai berikut:

BAB I : PENDAHULUAN

Bab ini terdiri dari latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

BAB II : LANDASAN TEORI

Bab ini memuat teori-teori dasar yang mendukung pembahasan dalam skripsi ini. Teori-teori tersebut antara lain definisi himpunan, definisi graf, beberapa jenis graf, fungsi, pelabelan, pelabelan-L(2,1), bilangan pelabelan-L(2,1), proposisi-proposisi hasil penelitian sebelumnya.

BAB III : PEMBAHASAN

Bab ini berisi tentang hasil utama dari skripsi ini, yaitu memaparkan bagaimana pelabelan-L(2,1) dari graf $(P_n \square C_4) \odot K_1$.

BAB IV : PENUTUP

Bab ini berisi simpulan sebagai jawaban dari rumusan masalah yang telah dipaparkan, dan saran untuk penelitian selanjutnya sebagai pengembangan dari topik skripsi ini.