

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1. Latar belakang masalah

Pelabelan graf merupakan suatu topik dalam teori graf. Objek kajiannya berupa graf yang secara umum direpresentasikan oleh titik dan sisi serta himpunan bagian bilangan asli yang disebut label. Pelabelan graf pertama kali diperkenalkan oleh Sadlăck (1964), kemudian Stewart (1966), Kotzig dan Rosa (1970), merupakan topik dalam teori graf yang banyak mendapat perhatian. Jenis-jenis pelabelan graf yang telah dikaji adalah pelabelan *graceful*, pelabelan harmoni, pelabelan *subgraf*, pelabelan ajaib dan pelabelan anti ajaib. [9]

Pelabelan merupakan fungsi yang memetakan unsur himpunan titik atau unsur himpunan sisi ke bilangan asli yang disebut label. Pelabelan titik adalah pelabelan dengan domain himpunan titik. Pelabelan sisi adalah pelabelan dengan domain himpunan sisi, dan pelabelan total adalah pelabelan dengan domain gabungan dari himpunan titik dan himpunan sisi.

Bača dkk memperkenalkan jenis pelabelan yang lain yang dinamakan pelabelan total tak teratur yang mempunyai dua tipe, yakni pelabelan total tak teratur sisi dan pelabelan total tak teratur titik. Berikut ini adalah definisi pelabelan total tak teratur titik yang diberikan oleh Bača dkk.

Misalkan diberikan suatu graf  $G = (V, E)$ . Untuk suatu bilangan bulat  $r$ , pelabelan total tak teratur titik adalah pemetaan

$$f : V \cup E \rightarrow \{1, 2, \dots, r\}$$

yang memenuhi  $f(v) + f(e) \neq f(v')$  berbeda untuk setiap  $v, v' \in V$ . Nilai  $r$  disebut bobot dari titik  $v$ .

Setiap graf  $G$  dapat dilabeli dengan pelabelan total tak teratur titik dengan cara melabeli setiap titik dan sisi dengan nilai  $1, 2, \dots, r$ . Masalah selanjutnya adalah mencari nilai  $r$  terkecil sehingga graf  $G$  dapat dilabeli dengan pelabelan total tak teratur titik. Nilai  $r$  terkecil ini disebut *total vertex irregularity strength* dari graf  $G$  yang dinotasikan dengan  $tvs(G)$ .

Studi mengenai penentuan nilai  $tvs (G)$  ini untuk pertama kali dikaji oleh Bača dkk dalam makalahnya yang berjudul *On Irregular Total Labellings* [1]. Kelas Graf yang telah dikaji meliputi graf lintasan  $P_n$ , graf lingkaran, graf bintang  $B_1$ , graf lengkap dan graf prisma. Kemudian Wijaya dkk mengkaji pelabelan total tidak teratur titik pada jenis graf yang berbeda, yakni pada graf kipas, dan graf matahari [11], dan graf *Cocktail party*  $2$ . [10]

Berdasarkan latar belakang di atas, pada penelitian ini penulis akan menentukan pelabelan total tak teratur titik pada graf yang memiliki struktur lebih rumit dari graf yang telah dikaji sebelumnya, yaitu pada graf ular-4.

## 1.2. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka rumusan masalah dalam penulisan skripsi ini adalah menentukan nilai dari graf ular-4.

## 1.3. Batasan Masalah

Masalah yang akan dikaji dalam skripsi ini dibatasi pada graf ular- $kC_4$  dengan  $k > 8$  untuk  $k$  genap dan untuk  $2 \leq k \leq 9$ .

## 1.4. Tujuan Penulisan dan Manfaat

Tujuan dari penulisan skripsi ini adalah sebagai berikut :

1. Menentukan batas bawah  $tvs$  (ular -  $kC_4$ ).
2. Menentukan batas atas  $tvs$  (ular -  $kC_4$ ) dengan mengkonstruksi suatu pelabelan total tak teratur titik.

Adapun manfaat dari penulisan skripsi ini adalah sebagai berikut :

1. Secara akademis, hasil skripsi ini diharapkan memberikan kontribusi terhadap perkembangan ilmu pengetahuan bagi civitas akademika di lingkungan UIN SGD Bandung khususnya jurusan matematika.
2. Mengembangkan wawasan yang penulis miliki dengan cara menerapkan teori yang didapat di bangku perkuliahan dalam sebuah karya tulis ilmiah yang berbentuk skripsi

### 1.5. Kerangka Pemikiran

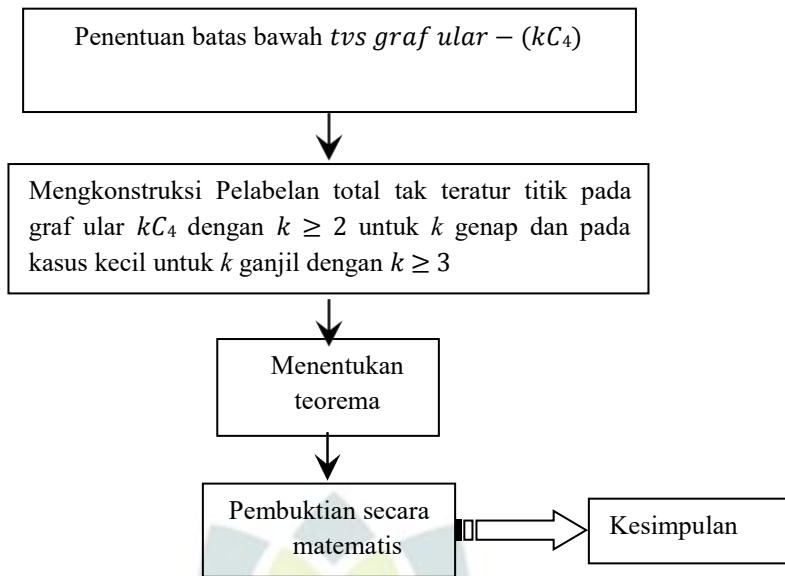
Dua buah graf  $G$  dan  $H$  adalah isomorfis jika ada sebuah bijeksi  $f: V(G) \rightarrow V(H)$  sedemikian sehingga jika  $uv \in E(G)$  maka  $f(u)f(v) \in E(H)$ . Sebuah graf ular- $k$  adalah graf terhubung dengan  $k$  blok, dengan masing-masing bloknya isomorfis terhadap lingkaran  $C_4$ , sehingga *block-cut vertexnya* adalah lintasan.

Misalkan diberikan suatu graf  $G$ ,  $r \in \mathbb{N}$ . Untuk suatu bilangan bulat  $r$ , pelabelan total tak teratur titik adalah pemetaan

$$f: V(G) \cup E(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, r\}$$

yang memenuhi  $f(v) \neq f(e)$  dan  $f(e) \neq f(w)$  berbeda untuk setiap  $v \in V(G)$ ,  $e \in E(G)$ ,  $w \in V(G)$ . Nilai  $f(v)$  disebut bobot dari titik  $v$ . *Total vertex irregularity strength* dari  $G$ , dinotasikan sebagai  $tvs(G)$ , adalah  $r$  terkecil sehingga  $G$  memiliki pelabelan total tak teratur titik. Pada skripsi ini, akan di konstruksi suatu pelabelan total tak teratur titik pada sebuah graf ular- $kC_4$ . Pelabelan dilakukan untuk  $k \geq 2$  dengan  $k$  genap dan untuk  $k$  ganjil dengan  $k \geq 3$ . Dengan konstruksi pelabelan dilakukan untuk menentukan batas atas  $tvs$  pada graf ular  $kC_4$  dan batas bawah pada graf ular  $kC_4$  ditentukan dengan memperhatikan distribusi derajat pada graf ular  $kC_4$ .

Langkah-langkah penyelesaian masalah yang akan diteliti pada skripsi ini ditunjukkan pada Gambar 1.1.



Gambar 1.1 Diagram Kerangka Berpikir Penelitian

## 1.6. Metodologi Penelitian

Langkah-langkah tugas akhir ini adalah sebagai berikut :

1. Mempelajari bagaimana cara melabeli graf ular- terhadap pelabelan total tak teratur titik.
2. Mengumpulkan literatur yang mendukung tugas akhir ini.

## 1.7. Sistematika Penulisan

Tugas akhir ini terdiri dari empat bab dengan sistematika penulisan sebagai berikut :

1. Bab I : Pendahuluan

Bab ini sebagai pendahuluan yang memuat latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, kerangka pemikiran, metodologi penulisan, sistematika penulisan, dan daftar pustaka.

2. Bab II : Teori Dasar

Dalam bab ini disajikan secara singkat mengenai konsep dasar yaitu berbagai macam definisi pada teori graf yang relevan dengan pelabelan total tak teratur titik pada graf ular-<sub>4</sub> dalam bentuk definisi serta notasi.

3. Bab III : Graf ular dan pelabelan total tak teratur titik  
Pada bab ini disajikan pelabelan total tak teratur titik pada graf ular- 4.
4. Bab IV : Pelabelan total tak teratur titik pada graf ular- 4  
Pada bab ini disajikan hasil yang diperoleh dari penelitian tugas akhir ini, yaitu penentuan nilai  $tvs$  pada graf ular- 4.
5. Bab V : Kesimpulan  
Bab ini memuat kesimpulan dari penelitian tugas akhir secara keseluruhan.

