

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Ilmu Pengetahuan memberikan landasan teori bagi perkembangan teknologi, salah satunya adalah matematika. Cabang matematika modern yang mempunyai cakupan wilayah penelitian teoritik dan aplikasi paling luas adalah persamaan diferensial.

Masalah persamaan diferensial, akan banyak dijumpai dalam setiap disiplin sains atau teknik, juga di bidang sosial atau ekonomi, karena semua bidang ini mempelajari sistem yang dinamik dalam dimensi ruang dan waktu. Akibatnya model matematika sistem dinamik mengandung *derivative* biasa ataupun parsial yang biasa disebut dengan istilah persamaan diferensial biasa atau persamaan diferensial parsial.

Di zaman modern ini, masalah yang dihadapi makin kompleks, hingga solusi numerik semakin mempunyai peranan penting dalam penyelesaian model matematika.

Penyelesaian numerik menjadi sebuah alternatif ketika persamaan tersebut mempunyai jawab analitis tetapi terlalu sulit dalam proses penyelesaiannya. Penyelesaian numerik menjadi pilihan tunggal ketika persamaan tersebut tidak mempunyai jawaban analitis.

Salah satu metode numerik yang sering digunakan adalah metode Runge – Kutta, karena metode Runge – Kutta dapat mengatasi kelemahan yang

ditimbulkan oleh metode Taylor, seiring dengan waktu metode Runge – Kutta ini, semakin mengalami perkembangan dan perbaikan hingga saat ini terbentuk metode *multi step* Runge – Kutta berdasarkan rataaan harmonik.

Metode *multi step* Runge – Kutta berdasarkan rataaan harmonik merupakan kombinasi dari metode Runge – Kutta klasik dengan rataaan harmonik. Evan (1991) mengganti rataaan aritmatik yang terdapat dalam metode Runge – Kutta klasik dengan rataaan geometrik, dan dia berhasil menemukan metode Runge – Kutta orde -4 berdasarkan rataaan geometri.

Selanjutnya dengan mengganti rataaan aritmatik dengan rataaan harmonik Sanugi dan Evans (1994) berhasil menemukan metode Runge – Kutta orde -4 berdasarkan rataaan harmonik.

Penelitian ini, dilanjutkan oleh O.Y.Ababneh (2009) dengan menggunakan rataaan harmonik kemudian diubah kedalam bentuk *multi step* dan dia berhasil menemukan metode baru *multi step* Runge – Kutta berdasarkan rataaan harmonik.

Sementara metode numerik yang baik harus memenuhi tiga sifat utama, yaitu konsisten, konvergen dan stabil. Sehingga sebelum digunakan dalam pencarian solusi numerik, suatu metode perlu dikaji aspek konsistensi, stabilitasi dan konvergensi metode tersebut.

Selain itu, dalam analisis metode perlu pula dikaji perbandingan antara metode, dengan melihat kualitas dan kemampuan komputasinya. Shampine (1976) menyatakan ada empat hal yang harus ditinjau dalam menguji kualitas suatu metode untuk mendapatkan solusi numerik dari masalah nilai awal, yaitu keakuratan, kualitas taksiran galat, kestabilan dan keefisienan.

Oleh karena itu, judul dari tugas akhir ini adalah "*Analisis Karakteristik Metode Multi Step Runge – Kutta Berdasarkan Rataan Harmonik*"

1.2 Rumusan Masalah

Dalam tugas akhir ini, akan dilakukan penelitian karakteristik metode numerik yang baik. Metode numerik yang baik adalah metode numerik yang memenuhi sifat konsistensi, konvergensi dan kestabilan. Sehingga karakteristik yang akan diteliti adalah sifat konsistensi suatu metode, sifat konvergensi suatu metode, dan sifat stabilitas suatu metode. Objek yang digunakan adalah metode *multi step* Runge Kutta berdasarkan Rataan Harmonik yang di implementasikan pada persamaan differensial biasa non linear orde satu.

Selain itu, perlu diperlihatkan cara suatu metode mengaproksimasi solusi persamaan diferensial biasa, dengan metode komparasi antara metode *multi step* Runge – Kutta berdasarkan rataan harmonik dengan metode Runge Kutta orde tiga dan metode Adam Bashforth Moulton.

Sehingga semua masalah tersebut terangkum dalam pertanyaan berikut ini:

1. Apakah metode *multi step* Runge – Kutta berdasarkan rataan harmonik memenuhi karakteristik metode yang baik ?
2. Jika dibandingkan dengan metode Runge Kutta orde tiga dan metode Adam Bashforth Moulton, apakah metode *multi step* Runge – Kutta berdasarkan rataan harmonik akan jauh lebih baik ?

1.3 Pembatasan Masalah

Agar kajian ini menjadi lebih sistematis, maka penulis akan membatasi analisis karakteristik metode *multi step* Runge – Kutta berdasarkan rataan harmonik ini kedalam beberapa masalah, yaitu :

- a. Konsistensi metode *multi step* Runge – Kutta.
- b. Konvergensi metode *multi step* Runge – Kutta.
- c. Kestabilan metode *multi step* Runge – Kutta.
- d. Komparasi metode Runge – Kutta orde tiga, Adam Basforth Moulition dengan metode *multi step* Runge – Kutta berdasarkan rataan harmonik dalam mengaproksimasi solusi persamaan diferensial biasa non linear orde satu.

1.4 Maksud dan Tujuan

Tujuan dari kajian analisis karakteristik metode *multi step* Runge – Kutta berdasarkan rataan harmonik ini mencakup tujuan khusus dan tujuan umum, yaitu:

A. Tujuan Khusus

1. Menunjukkan bahwa metode *multi step* Runge – Kutta berdasarkan rataan harmonik memenuhi kriteria metode yang baik.
2. Menunjukkan bahwa metode *multi step* Runge – Kutta berdasarkan rataan harmonik lebih baik dibandingkan dengan metode Runge – Kutta orde tiga ataupun metode Adam Bashfort Moulition orde tiga.

B. Tujuan Umum

1. Memberikan pemahaman yang kholistik mengenai metode *multi step* Runge – Kutta berdasarkan rataan harmonik.
2. Memberikan wawasan keilmuan bagi para pembaca dan mahasiswa yang berminat untuk memperdalam matematika.

1.5 Sistematika Penulisan

Adapun sistematika yang akan digunakan dalam tugas Akhir ini, adalah sebagai berikut:

BAB I PENDAHULUAN

Bab ini meliputi Latar Belakang, Rumusan Masalah, Pembatasan Masalah, Maksud dan Tujuan, Sistematika Penulisan tugas akhir yang akan dibuat.

BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini akan menguraikan dasar teori yang akan digunakan dalam penyusunan tugas akhir ini, yang meliputi persamaan diferensial, masalah nilai awal, solusi persamaan diferensial, *error* pada komputasi numerik, metode Euler, metode Taylor untuk orde yang lebih tinggi, metode Runge – Kutta, metode *multi step*, stabilitas metode numerik.

BAB III ANALISIS KARAKTERISTIK METODE *MULTI STEP* RUNGE - KUTTA BERDASARKAN RATAAN HARMONIK

Dalam bab ini akan diuraikan analisis konsistensi, stabilitas dan konvergensi metode *Multi Step* Runge - Kutta berdasarkan rataan harmonik.

BAB IV IMPLEMENTASI DAN PERBANDINGAN METODE

Dalam bab ini akan digambarkan mengenai aplikasi dan cara mengaproksimasi solusi numerik dari metode *multi step* Runge – Kutta

berdasarkan rataan harmonik dengan melihat perbandingannya pada metode Runge Kutta orde tiga, dan metode Adam Bashfort Moulton orde tiga.

BAB V KESIMPULAN DAN SARAN

Dalam bab ini, berisi kesimpulan dan saran yang diambil dari uraian – uraian berdasarkan analisis pada tugas akhir ini.

