

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Bukti dalam matematika diakui sebagai inti dari berpikir matematis (Alessandra, 2009: 1), karena dianggap sebagai komponen penting dalam bekerja, berkomunikasi, mengetahui dan memahami matematika. Menurut Daniel (Solow, 2014: 2), bukti adalah sebuah argumen meyakinkan yang diungkapkan dengan bahasa matematika dengan pernyataan yang benar dan tepat. Sebagai contoh, perhatikan kalimat matematika dibawah ini:

1. Dua garis sejajar pada bidang memiliki kemiringan yang sama
2. $1 = 0$
3. Bilangan riil $x \neq 0$ (x tidak lebih besar dari 0)
4. Terdapat sudut t sedemikian sehingga $\cos(t) = t$

Amatilah bahwa pernyataan (1) bernilai benar, pernyataan (2) bernilai salah dan (3) bisa benar bahkan tidak, tergantung nilai pada variabel x . Sedangkan untuk pernyataan (4) tidak begitu jelas kebenarannya. Pernyataan tersebut bisa bernilai benar bahkan salah. Inilah sebabnya mengapa perlu dicari sebuah bukti agar dapat mengetahui nilai kebenaran. Kegiatan mencari bukti tersebut dinamakan pembuktian.

Pembuktian dalam matematika tentunya sudah tidak asing lagi bagi mahasiswa calon guru matematika. Sejak awal semester mereka sudah dipertemukan dengan mata kuliah Geometri dan Kalkulus, dimana menuntut mahasiswa untuk tidak sekedar mengetahui hasil dari rumus yang telah diberikan, tapi juga menemukan asal mula rumus tersebut.

Kemampuan melaksanakan pembuktian matematis terbagi menjadi dua, yaitu kemampuan memahami dan mengonstruksi bukti. Kemampuan memahami bukti meliputi (1) membaca suatu pembuktian dalam matematika untuk menentukan kebenaran atau kekeliruannya dengan melihat kesesuaian antara sistem aksioma, premis dan hasil-hasil matematika yang sudah ada dengan alur penalaran deduktifnya; (2) melengkapi pembuktian (bila ditemukan ada kekeliruan) dan (3) membandingkan keefektifan bukti yang satu dengan bukti yang lainnya (Selden & Selden, 2007: 1-2). Sedangkan kemampuan mengonstruksi bukti adalah kemampuan menyusun suatu bukti pernyataan matematik berdasarkan definisi, prinsip dan teorema serta memahaminya dalam bentuk pembuktian lengkap, baik langsung maupun tak langsung. Jadi secara garis besar, dalam membuktikan itu tidak lepas dari memahami gaya bahasa yang digunakan dalam pembuktian (Maya & Sumarmo, Pengembangan Kemampuan Pembuktian Matematik Mahasiswa, 2009: 2). Pengertian memahami disini adalah saat mahasiswa dapat mengerti sistematika bukti itu dapat diungkapkan, sehingga mereka bisa memahaminya kembali dengan bahasa sendiri. Inilah yang membuat matematika itu unik dan berbeda dari disiplin ilmu lainnya.

Menurut Moore (Moore, 1994: 251) terdapat kelemahan dan kesulitan mahasiswa dalam pembuktian matematika, yang dikelompokkan ke dalam tujuh jenis kesulitan, sebagai berikut:

- 1) *The students did not know the definitions, that is, they were unable to state the definitions.*
- 2) *The students had little intuitive understanding of the concepts.*
- 3) *The student's concept images were inadequate for doing the proofs.*

- 4) *The students were unable, or unwilling, to generate and use their own examples.*
- 5) *The students did not know how to use definitions to obtain the overall structure of proofs.*
- 6) *The students were unable to understand and use mathematical language and notation.*
- 7) *The students did not know how to begin proofs.*

Berdasarkan pendapat Moore diatas, ada tujuh jenis kesulitan mahasiswa dalam membuktikan, yaitu: (1) Mahasiswa tidak dapat menyatakan definisi dengan bahasa sendiri, (2) Mahasiswa mempunyai pemahaman intuisi konsep yang sedikit, (3) Gambaran konsep mahasiswa yang tidak cukup untuk melakukan pembuktian, (4) Mahasiswa tidak sanggup atau tidak mau untuk membuat contoh sendiri, (5) Mahasiswa tidak mengetahui bagaimana menggunakan definisi untuk memperoleh struktur pembuktian yang menyeluruh, (6) Mahasiswa tidak sanggup untuk memahami dan menggunakan bahasa matematika dan notasinya, (7) Mahasiswa tidak mengetahui bagaimana memulai pembuktian.

Semua kesulitan yang telah dipaparkan diatas ini terlihat wajar, pasalnya sewaktu di sekolah menengah untuk masalah pembuktian sendiri belum terlalu difokuskan. Fokus pembelajaran yang terdapat di sekolah hanya sekedar memahami dan menerapkan konsep ke contoh soal yang hampir sama seperti yang telah diberikan oleh guru. Hal seperti ini mengakibatkan mahasiswa menjadi kesulitan apabila mendapatkan soal latihan yang berbeda dari apa yang dicontohkan. Pembelajaran seperti ini menjadikan mahasiswa pasif karena pengajar yang mempunyai peranan besar.

Beberapa peneliti menemukan bahwa banyak mahasiswa yang mengalami kesulitan dalam hal pembuktian dengan berbagai alasan. Contohnya ketika dosen

memberikan suatu tugas pembuktian, mereka kesulitan untuk memulai, padahal mereka mengaku bahwa telah paham sewaktu di kelas. Itu artinya mahasiswa tidak mempunyai ide atau konsep matematis yang harus di ambil untuk memulai pembuktian (Maya & Sumarmo, 2009: 3). Hal ini bukan berarti mereka tidak memahami pernyataan demi pernyataan yang diungkapkan dosen ketika mengajar, tetapi karena tidak dapat melihat lebih jauh tentang teorema-teorema.

Sebenarnya ada banyak faktor yang harus dikenali oleh pengajar selama proses pembelajaran, salah satunya faktor psikologis. Menurut Teori Keseimbangan Heider (Nuryanah, 2016: 33), kemampuan seseorang tidak hanya ditentukan oleh masalah fisik dalam keterampilan saja, tetapi juga dipengaruhi oleh kepercayaan diri.

Kepercayaan diri (*self-confidence*) artinya percaya pada kemampuan, kekuatan dan penilaian diri sendiri sehingga dapat menimbulkan sebuah motivasi dalam diri individu untuk lebih mau menghargai dirinya. Kepercayaan diri merupakan faktor yang sangat penting bagi mahasiswa, karena sikap percaya diri akan membuat individu merasa optimis dan mampu untuk melakukan penyesuaian dengan lingkungan sosialnya. Sebaliknya, kurangnya rasa percaya diri dapat menyebabkan mahasiswa tidak berani untuk memunculkan gagasan yang dibutuhkan. Sehingga mereka kesulitan untuk mengekspresikan hasil pemikirannya melalui tulisan maupun lisan. Kemampuan pembuktian matematis dan rasa kepercayaan diri sangat lah penting karena inilah yang akan menjadi bekal mahasiswa calon guru matematika. Mereka perlu mengembangkan keterampilan-keterampilan dalam pembuktian secara mandiri jika saat

memikirkan menentukan langkah sendiri ditunjang dengan rasa percaya diri yang tinggi.

Salah satu mata kuliah yang mengharuskan kecakapan mahasiswa dalam pembuktian matematis adalah geometri analitik. Geometri Analitik (*analytic geometry*) merupakan salah satu mata kuliah wajib yang harus ditempuh oleh mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika selaku calon pendidik. Dikatakan wajib dikarenakan konsep dari suatu materi menjadi konsep dasar yang akan diajarkan di sekolah. Mata kuliah ini pula adalah prasyarat dari Geometri Transformasi yang akan para mahasiswa ikuti pada semester VI. Namun materi dari geometri analitik seringkali menjadi materi yang dinilai sulit oleh mahasiswa. Hasil Ujian Akhir Semester (UAS) angkatan sebelum-sebelumnya menunjukkan hasil bahwa tidak lebih dari 50% mahasiswa yang memperoleh nilai diatas 50. Padahal sangat disadari bahwa geometri analitik yang syarat dengan definisi, teorema dan lemma mengharuskan mahasiswa untuk memiliki keterampilan dalam hal pembuktian. Sehingga dengan memiliki kemampuan pembuktian matematis, pemahaman mahasiswa terhadap mata kuliah geometri analitik ini semakin meningkat pula.

Untuk dapat menyelesaikan masalah pembuktian, diperlukan pola pemahaman tentang teknik-teknik pembuktian, namun kenyataannya belum semua mahasiswa memahami dengan baik teknik-teknik pembuktian matematika, seperti pembuktian langsung, tidak langsung, dua arah, prinsip induksi. Teknik-teknik pembuktian hanya terdapat secara implisit (samar) dalam beberapa mata kuliah seperti kalkulus ataupun teori bilangan dan tidak pernah dipelajari secara

tersendiri tentang teknik-teknik pembuktian matematika yang lengkap meliputi pengertian, struktur, prosedur dan contoh penerapannya. Oleh karena itu, dalam perkuliahan Geometri Analitik ini pembekalan akan pemahaman teknik-teknik pembuktian matematika dirasakan perlu untuk disampaikan tersendiri secara mendalam dalam perkuliahan.

Disamping pembekalan akan pemahaman teknik-teknik pembuktian matematika, perlu juga diupayakan penerapan strategi pembelajaran yang dapat mengatasi kesulitan-kesulitan mahasiswa dan dapat menjembatani pencapaian tahap berpikir mahasiswa agar kemampuan pembuktian matematis mahasiswa dapat berkembang secara optimal. Beberapa strategi pembelajaran yang mengembangkan kemampuan pembuktian matematis untuk tingkat mahasiswa ini telah diteliti oleh para peneliti sebelumnya.

Sebenarnya untuk memahami bukti dan melakukan pembuktian yang baik, mahasiswa hanya perlu meningkatkan kemampuan konsep pemahamannya. Untuk meningkatkan atau mengembangkan kemampuan pembuktian matematis mereka, perlu diupayakan suatu pembelajaran yang memberikan ruang seluas-luasnya untuk aktif dan berpikir mandiri. Disini peran dosen hanya sebagai fasilitator yang mengarahkan mahasiswa untuk memahami konsep secara mandiri. Dengan cara seperti itu dianggap dapat mengembangkan kemampuan mereka secara lebih baik. Maka dari itu, untuk mengatasi kesulitan mahasiswa dalam memahami pembuktian pada mata kuliah Geometri Analitik maka pada penelitian ini akan digunakan metode pembelajaran Moore. Metode Moore (*Moore method*) dikembangkan oleh seorang matematikawan yang berasal dari Texas bernama

Robert Lee Moore (Good, 2006: 1). Moore menciptakan suatu lingkungan pembelajaran yang membuat mahasiswa aktif dalam proses menerima ilmu.

Pada kelas dengan metode Moore, secara paksa menuntut mahasiswa untuk bertanggung jawab. Pada awal pembelajaran dimulai dengan persentasi mahasiswa selama lima puluh sampai seratus menit. Sisa waktu yang tersedia akan digunakan dosen untuk mengonfirmasi penjelasan mahasiswanya dan menjelaskan definisi-definisi baru.

Metode pembelajaran Moore ini merupakan salah satu pendekatan pembelajaran tidak langsung, dimana peran dosen sebagai pendidik beralih dari penceramah menjadi fasilitator, pendukung dan sumber personal. Disini mahasiswa dituntut untuk mengkomunikasikan hasil pembuktiannya secara tertulis dan lisan. Maksudnya adalah mahasiswa nanti memahamkan hasil pemikirannya dalam sebuah permasalahan matematika lalu menjelaskan kepada teman-temannya serta mempertahankan argumen tersebut apabila ada sanggahan dari teman yang lain.

Pada kelas yang menggunakan metode Moore ini, terdapat beberapa peraturan yang harus diketahui dan diterapkan. Aturan yang pertama adalah tidak diperbolehkannya ada kerjasama antar mahasiswa. Mereka dituntut untuk bekerja mandiri tanpa ada kolaborasi dengan teman. Aturan kedua adalah tidak dianjurkan untuk membuka sumber atau referensi lain yang mendukung untuk menyelesaikan persoalan dengan mudah selama proses pembelajaran. Buku tersebut baru boleh dibuka dalam keadaan terdesak dan pastinya sudah mendapatkan izin dari dosen yang bersangkutan.

Capaian pembelajaran (*learning outcomes*) adalah kemampuan yang diperoleh melalui internalisasi pengetahuan, sikap, keterampilan, kompetensi dan akumulasi pengalaman kerja (Indonesia, 2012: 2). Capaian pembelajaran ini menunjukkan kemajuan belajar mahasiswa yang akan digambarkan secara vertikal dari satu tingkat ke tingkat lainnya. Capaian pembelajaran harus disertai dengan karakteristik penilaian yang tepat sehingga dapat digunakan untuk menilai bahwa hasil pembelajaran telah tercapai. Karakteristik dalam penelitian ini dilihat dari hasil pembelajaran mahasiswa meliputi ketelitian, algoritma, cara berpikir, cara memahami bahkan cara berlogika dalam proses pembelajaran berdasarkan Pengetahuan Awal Matematika (PAM).

Pengetahuan Awal Matematika (PAM) ini diberikan dengan tujuan untuk mengetahui pengetahuan mahasiswa sebelum pembelajaran, juga dimaksud untuk memperoleh data untuk mengetahui kesetaraan antara kelompok eksperimen dan kelompok kontrol (Somakim, 2010: 57). Ini dilakukan agar sebelum diberikan perlakuan kedua kelompok pada masing-masing sampel penelitian dalam kondisi awal yang sama. Pada penelitian ini peneliti mengkategorikan PAM mahasiswa yaitu tinggi (T), sedang (S) dan rendah (R).

Pengategorian PAM dianggap penting dalam proses pembelajaran agar lebih bermakna, sehingga diharapkan mahasiswa dengan kemampuan rendah dapat mencapai kemampuan pembuktian matematis dengan diterapkannya metode pembelajaran Moore. Tidak hanya itu saja, pengategorian PAM juga digunakan agar dapat mengetahui perlakuan dosen dalam pembelajaran terhadap mahasiswa

pada setiap kategori, sehingga dapat diketahui apa harus ada perbedaan perlakuan terhadap mahasiswa pada setiap kategori atau tidak.

Berdasarkan paparan yang telah dikemukakan diatas, peneliti tertarik untuk meneliti karakteristik pencapaian kemampuan pembuktian matematis mahasiswa semester IV prodi pendidikan matematika dalam salah satu mata kuliah yang sedang ditempuh, yaitu geometri analitik. Oleh karena itu penelitian ini diberi judul **“Karakteristik Pencapaian Kemampuan Pembuktian Matematis dan Kepercayaan Diri Mahasiswa dan Kepercayaan Diri Mahasiswa pada Mata Kuliah Geometri Analitik Melalui Metode Moore” (Penelitian pada Mahasiswa Semester IV Program Studi Pendidikan Matematika UIN Sunan Gunung Djati Bandung).**

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang, maka permasalahan dalam penelitian ini terdapat tiga rumusan ditinjau dari pengetahuan awal matematika (tinggi, sedang dan rendah).

1. Bagaimana karakteristik pencapaian kemampuan pembuktian matematis mahasiswa Pendidikan Matematika semester IV melalui metode Moore berdasarkan pengetahuan awal matematika mahasiswa?
2. Apakah pencapaian kemampuan memahami bukti antara mahasiswa yang menggunakan metode Moore lebih baik daripada pencapaian kemampuan mahasiswa yang memperoleh pembelajaran ekspositori berdasarkan tingkat pengetahuan awal matematika (PAM)?

3. Apakah pencapaian kemampuan mengonstruksi bukti antara mahasiswa yang menggunakan metode Moore lebih baik daripada pencapaian kemampuan mahasiswa yang memperoleh pembelajaran ekspositori berdasarkan tingkat pengetahuan awal matematika (PAM)?
4. Bagaimana karakteristik kepercayaan diri mahasiswa dalam pembuktian melalui metode Moore?

C. Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian secara umum adalah untuk mendapatkan informasi objektif mengenai pencapaian kemampuan pembuktian matematis mahasiswa dalam memahami dan mengonstruksi bukti yang memperoleh pembelajaran dengan metode Moore dan pembelajaran ekspositori.

Secara terperinci, tujuan penelitian dapat dinyatakan sebagai berikut:

1. Menelaah karakteristik pencapaian kemampuan pembuktian matematis mahasiswa dalam memahami dan mengonstruksi bukti ditinjau dari pengetahuan awal matematika (PAM).
2. Menelaah pencapaian kemampuan memahami bukti mahasiswa ditinjau berdasarkan tingkat pengetahuan awal matematika (PAM).
3. Menelaah pencapaian kemampuan mengonstruksi bukti mahasiswa ditinjau berdasarkan tingkat pengetahuan awal matematika (PAM).
4. Mengamati sikap kepercayaan diri mahasiswa terhadap pembelajaran dengan metode Moore.

D. Manfaat Penelitian

Sebagaimana sudah dijelaskan dalam latar belakang masalah, penelitian ini memberikan beberapa manfaat bagi mahasiswa, dosen maupun universitas dimana penelitian berlangsung. Melalui pembelajaran dengan menggunakan metode Moore, mahasiswa termotivasi untuk terlibat aktif dalam pembelajaran, mampu berpikir secara mandiri, mampu menyusun alasan-alasan yang mendukung dan mampu meyakinkan orang lain melalui presentasi secara tertulis maupun lisan.

Bagi dosen, wawasan terhadap metode pembelajaran bertambah. Mengajar tidak lagi hanya sekedar transfer ilmu atau informasi kepada mahasiswa (mahasiswa pasif menerima informasi). Mengajarkan ilmu dapat dengan cara memotivasi mahasiswa yang terlibat aktif dalam pembelajaran, mengarahkan mahasiswa untuk mandiri dalam berpikir dan menyelesaikan masalah matematika. Dosen tidak lagi berperan penuh dalam mengajar, namun hanya sebagai pengarah, pembimbing dan pemberi motivasi kepada mahasiswa. Dalam hal pembelajaran dengan metode ini, mahasiswa berlaku sebagai *creator of knowledge*.

Bagi universitas, dampak positif bagi kemandirian berpikir mahasiswa untuk pembelajaran dalam jangka panjang, dapat memotivasi pengajar-pengajar lain dalam lingkungan universitas tersebut. Meskipun dampak positif bagi prestasi belajar belum terlihat, namun melibatkan mahasiswa secara aktif dalam pembelajaran akan memotivasi mahasiswa untuk belajar lebih giat lagi. Pembelajaran dengan metode ini, dapat diterapkan tidak hanya untuk pembelajaran geometri analitik saja, namun dapat dilakukan untuk topik-topik matematika yang lain maupun untuk mata kuliah lain yang relevan.

E. Kerangka Pemikiran

Pembuktian merupakan bagian esensial dari matematika. Oleh sebab itu, kemampuan pembuktian matematis perlu dimiliki setiap calon guru matematika dan harus ditingkatkan. Untuk melihat kemampuan pembuktian matematis mahasiswa dalam mata kuliah geometri analitik ini dapat dilihat dari indikator kemampuan pembuktian matematis.

Kemampuan pembuktian matematis adalah kemampuan yang meliputi:

1. Membaca dan memahami pembuktian matematis.
2. Menyajikan bukti kebenaran suatu pernyataan secara matematis.
3. Mengembangkan argumen matematis untuk membuktikan atau menyangkal suatu pernyataan.
4. Melakukan pembuktian secara langsung, tidak langsung atau dengan induksi matematika.
5. Membuat *counter example* (contoh yang salah).
6. Merumuskan dan memvalidasi generalisasi.
7. Mengkritik pembuktian dengan menambah, mengurangi atau menyusun kembali suatu pembuktian matematika. (Lestari & Yudhanegara, 2015: 88)

Dengan berpedoman dari pendapat tersebut mengenai indikator pembuktian matematis, maka dalam penelitian ini indikator yang akan diujikan adalah sebanyak tiga buah indikator, yaitu:

1. Membaca dan memahami pembuktian matematis.
2. Menyajikan bukti kebenaran suatu pernyataan secara matematis.
3. Melakukan pembuktian secara langsung, tidak langsung atau dengan induksi matematika.

Untuk indikator pertama dan kedua untuk mengukur kemampuan memahami bukti, sedangkan untuk indikator ketiga adalah untuk mengukur pencapaian kemampuan mengonstruksi bukti.

Dalam pembuktian matematis selain diperlukan pemikiran yang mendalam, juga diperlukan suatu keberanian dan rasa percaya diri dalam mengungkapkan ide-ide yang berkaitan dengan permasalahan yang diberikan. Oleh karena itu, kegiatan pembelajaran yang dilakukan harus dikondisikan agar kemampuan pembuktian matematis mahasiswa bisa mengalami perubahan dengan baik. Peran dosen sebagai pembimbing, pengarah, pemberi informasi maupun sebagai fasilitator dalam diskusi untuk mengembangkan kemampuan tersebut mutlak diperlukan. Oleh karena itu, untuk meningkatkan kemampuan mahasiswa diperlukan proses pembelajaran yang unik. Melalui metode pembelajaran yang unik tersebut dipercaya dapat membantu meningkatkan kemampuan pembuktian matematis mahasiswa.

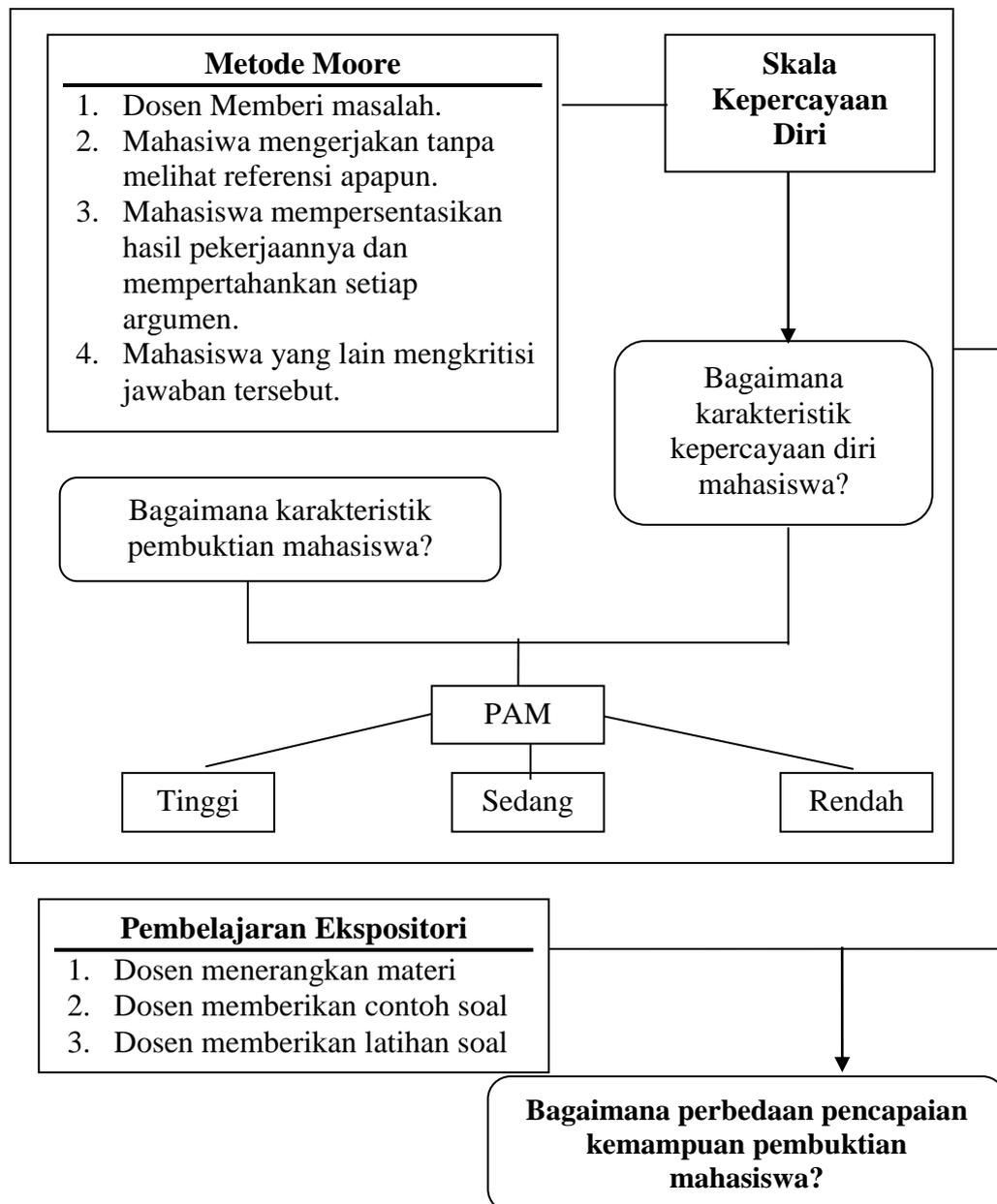
Metode pembelajaran Moore merupakan salah satu metode pembelajaran alternatif untuk meningkatkan kemampuan pembuktian matematis mahasiswa. Metode Moore adalah metode pembelajaran dimana mahasiswa tidak diijinkan untuk membuka buku atau referensi apapun pada saat kegiatan belajar mengajar berlangsung. Mereka baru boleh membuka buku setelah terdesak dan itu pun harus telah mendapatkan izin dari dosen bersangkutan.

Pemberian tes diberikan kepada mahasiswa awal dan akhir pembelajaran. Setelah pemberian tes, akan didapatkan suatu penilaian untuk mengukur pencapaian mahasiswa. Data yang diperoleh akan dianalisis dengan alat bantu yang telah dipersiapkan. Setelah tahap-tahap penelitian yang dilewati, akan didapatkan berbagai temuan yang akan dibahas secara seksama dan pada akhirnya akan ditarik kesimpulan mengenai karakteristik pencapaian kemampuan

pembuktian matematis mahasiswa semester IV tahun akademik 2017/2018 prodi Pendidikan Matematika Fakultas Tarbiyah dan Keguruan UIN Sunan Gunung Djati Bandung.

Untuk lebih jelasnya, maka kerangka pemikiran dapat disajikan pada

Gambar 1.1



Gambar 1.1 Kerangka Pemikiran

F. Hipotesis Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah dikemukakan sebelumnya, maka hipotesis yang diajukan dalam penelitian ini adalah:

1. Kemampuan memahami bukti mahasiswa ditinjau dari tingkatan PAM yang menggunakan metode Moore lebih baik daripada yang memperoleh pembelajaran ekspositori.
2. Kemampuan mengonstruksi bukti mahasiswa ditinjau dari tingkatan PAM yang menggunakan metode Moore lebih baik daripada yang memperoleh pembelajaran ekspositori.



Gambar 1.1 Kerangka Pemikiran..... 2

