

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pemodelan matematika merupakan salah satu cabang dari matematika terapan yang cukup penting dan bermanfaat. Salah satu bentuk pemodelan yang dapat diterapkan yaitu pada masalah ekologi [32]. Ekologi adalah ilmu yang mempelajari interaksi antara organisme dengan lingkungannya dan yang lainnya [16]. Dalam studi ekologi, kelangsungan hidup spesies dari populasi dipengaruhi oleh banyak faktor, dua diantaranya adalah faktor ekologi dan epidemiologi. Salah satu faktor ekologi yang dimaksud adalah interaksi spesies dalam bentuk kompetisi dan predasi. Sedangkan faktor epidemiologi adalah penyebaran penyakit menular [28].

Interaksi antar spesies yang terjadi dalam suatu ekosistem menyebabkan keadaan spesies dari suatu populasi dapat berubah. Interaksi tersebut dapat memberikan dampak positif, negatif atau bahkan tidak berpengaruh terhadap spesies-spesies yang berinteraksi. Interaksi antar spesies secara umum banyak berbentuk model mangsa pemangsa yang merujuk kepada model Lotka-Volterra [1].

Selain faktor ekologi, faktor epidemiologi yakni penyebaran penyakit menular juga berpengaruh dalam kelangsungan dari suatu populasi. Dalam pemodelan matematika dikaji berbagai macam model epidemik, salah satu diantaranya adalah model epidemik klasik. Model epidemik klasik membagi populasi menjadi dua kelas, yaitu kelas rentan (*susceptible*) dan terinfeksi (*infected*). Sub-populasi rentan, rentan terhadap infeksi dan sub-populasi yang terinfeksi dapat memindahkan infeksi ke sub-populasi rentan [1].

Banyak peneliti yang tertarik untuk meneliti tentang bagaimana efek penyakit dalam sistem mangsa pemangsa. Kooi, dkk. [22] telah meneliti model mangsa pemangsa dua spesies, dengan penyakit hanya terjadi pada populasi pemangsa [1]. Model mangsa pemangsa dengan infeksi parasit yang menyebar hanya pada

populasi pemangsa dalam bentuk SIS (*Susceptible Infected Susceptible*) juga telah dikaji oleh Haque [14].

Selain penyakit, pemanenan secara signifikan dapat mempengaruhi dinamika sistem pemangsa-mangsa. Pemanenan tidak hanya dapat menurunkan populasi mangsa atau pemangsa [8] tetapi juga dapat dianggap sebagai faktor penstabil [11], faktor destabilisasi [3] atau bahkan menyebabkan perilaku berosilasi [9]. Bairagi dkk. [4] telah mempelajari efek gabungan dari pemanenan dan penyakit pada mangsa dalam model pemangsa-mangsa. Mereka menunjukkan bahwa pemanenan dapat mengendalikan penyebaran penyakit pada subpopulasi mangsa. Di sisi lain, Cheve dkk. [6] memasukkan pemanenan dan penyakit pemangsa dalam model pemangsa-mangsa dan menyimpulkan bahwa pemanenan dapat mencegah penyebaran penyakit menular, sehingga ketahanan dan stabilitas sistem ekologi akan aman [17].

Interaksi antara pemangsa dan mangsa dapat mengurangi populasi mangsa. Namun, mangsa dapat menghindari pemangsa dengan beberapa strategi, misalnya berlindung untuk mencegah kepunahan mangsa. Dalam hal ini, Wuhaib dan Hasan telah memasukkan tempat pemijahan mangsa dalam model Cheve, dkk. [6]. Mereka menyimpulkan bahwa tempat perlindungan mangsa memastikan kesinambungan dan keberlanjutan semua populasi dan juga dapat mengendalikan penyakit. Kemudian, Trisdiani, dkk [17] memodifikasi model di Wuhaib dan Hasan dengan mengasumsikan bahwa pemanenan pemangsa yang rentan berupa respons fungsional Holling tipe II. Mereka menunjukkan bahwa pemanenan pemangsa yang rentan dapat menjaga keberadaan semua populasi, dan pemanenan pemangsa tertular dapat digunakan sebagai pengendalian biologis untuk mencegah penyebaran penyakit [30].

Ketika mempertimbangkan sistem pemangsa-mangsa dengan penyakit menular pada pemangsa, secara alami diasumsikan bahwa pemangsa tertular memiliki tingkat predasi lebih rendah daripada pemangsa yang rentan. Akibatnya, tingkat pertumbuhan akibat predasi pemangsa yang rentan pada umumnya akan lebih tinggi daripada pemangsa tertular. Untuk mempelajari pengaruh tingkat predasi yang berbeda, A. Suryanto, dkk [30] memiliki model modifikasi Wuhaib

dan Hasan dengan mengenalkan predasi yang berbeda dan tingkat pertumbuhan yang berbeda karena predasi pemangsa yang rentan dan tertular [20].

Pengembangan yang dilakukan dalam penulisan ini adalah membuat kontanta pemanenan pada kedua pemangsa sama, adanya penambahan konstanta kekebalan pada pemangsa rentan sebagai peluang kegagalan penularan penyakit yang dilakukan pemangsa tertular kepada pemangsa rentan. Kemudian dilakukan analisis kestabilan global serta simulasi numerik.

Berdasarkan uraian di atas, maka penulis ingin mengangkat tema tulisan ini dengan judul “Analisis Kestabilan Global dan Solusi Periodik pada Model Penyebaran Penyakit pada Pemangsa dengan Tingkat Kekebalan Pemangsa”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka permasalahan yang akan dibahas adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana bentuk model penyebaran penyakit pada pemangsa dengan tingkat kekebalan pemangsa?
2. Bagaimana menentukan kestabilan lokal dan global dari titik ekuilibrium yang diperoleh dari model penyebaran penyakit pada pemangsa dengan tingkat kekebalan pemangsa?
3. Bagaimana menentukan keberadaan solusi periodik dari model penyebaran penyakit pada pemangsa dengan tingkat kekebalan pemangsa?
4. Bagaimana simulasi numerik dan interpretasi dari model penyebaran penyakit pada pemangsa dengan tingkat kekebalan pemangsa?

1.3 Batasan Masalah

Dalam tugas akhir ini, penulis memberikan batasan masalah berupa:

1. Model mangsa-pemangsa dengan penyakit menular di spesies pemangsa.
2. Populasi dibagi menjadi tiga kelas, yaitu mangsa, pemangsa rentan dan pemangsa tertular.
3. Model ini mempertimbangkan perlindungan mangsa, pemanenan pemangsa, serta konstanta kekebalan pemangsa rentan sebagai peluang keberhasilan penularan penyakit yang dilakukan pemangsa tertular kepada pemangsa rentan.

4. Tingkat pemangsaan dan tingkat pertumbuhan disebabkan pemangsaan dari pemangsa yang tertular diasumsikan lebih kecil daripada pemangsa rentan.
5. Analisis kestabilan lokal dilakukan dengan mengetahui nilai eigen melalui matriks Jacobi dan kriteria Routh-Hurwitz.
6. Analisis kestabilan global dilakukan dengan membuat fungsi Lyapunov.
7. Analisis keberadaan solusi periodik dilakukan dengan menggunakan kriteria Dulac-Bendixson

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan yang ingin dicapai dari tugas akhir ini adalah:

1. Mengetahui bentuk model penyebaran penyakit pada pemangsa dengan tingkat kekebalan pemangsa.
2. Mengetahui menentukan kestabilan lokal dan global dari titik ekuilibrium yang diperoleh dari model penyebaran penyakit pada pemangsa dengan tingkat kekebalan pemangsa.
3. Mengetahui menentukan keberadaan solusi periodik dari model penyebaran penyakit pada pemangsa dengan tingkat kekebalan pemangsa.
4. Mengetahui simulasi numerik dan interpretasi dari model penyebaran penyakit pada pemangsa dengan tingkat kekebalan pemangsa.

1.5 Metode Penelitian

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Studi Literatur

Pengumpulan bahan-bahan referensi yang mendukung pengerjaan penelitian, mulai dari model mangsa pemangsa, perangkat pemodelan (persamaan diferensial), sampai metode-metode yang dibutuhkan untuk menganalisis kajian penelitian.

2. Analisis

Proses analisis ini menjadi salah satu metode utama yang dilakukan selama penelitian berlangsung. Diawali dengan analisis dari kondisi model secara keseluruhan, dan mencari semua titik ekuilibrium. Kemudian dilakukan

analisis terhadap masing-masing titik ekuilibrium yang didapat dari model tersebut, agar diketahui jenis kestabilannya.

3. Simulasi

Pengaplikasian dari model matematikanya dilakukan dengan simulasi, dimana simulasi tersebut menggunakan data acak. Dengan kata lain, hasil pada model ini bukan merupakan hasil yang sebenarnya. Namun diharapkan hasil yang diperoleh dari model ini mendekati hasil yang sebenarnya dalam dunia nyata. Dalam proses pengerjaannya akan dibantu dengan menggunakan *software* matematika, yaitu MAPLE sehingga dapat diketahui solusi grafiknya. Grafik yang akan digambarkan yaitu grafik hasil dari analisis dinamik, analisis sensitifitas.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan Tugas Akhir ini hanya memuat 5 bab. Dengan rincian sebagai berikut:

BAB I PENDAHULUAN

Pada bab ini akan dipaparkan tentang latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, metode penelitian serta sistematika penelitian dari masalah yang akan di kaji.

BAB II LANDASAN TEORI

Pada bab ini penulis akan memaparkan dari landasan teori yang dijadikan ukuran untuk membahas yang menjadi dasar teori pada masalah yang akan dibahas diantaranya sistem persamaan diferensial, titik ekuilibrium, nilai eigen, matriks jacobian, kriteria Routh-Hurwitz, fungsi Lyapunov, kestabilan lokal dan kestabilan global titik ekuilibrium, solusi periodik, kriteria Dulac-Bendixson, pemodelan matematika, model SI, model logistik, dan model mangsa-pemangsa.

BAB III ANALISIS KESTABILAN GLOBAL DAN SOLUSI PERIODIK PADA MODEL PENYEBARAN PENYAKIT PADA PEMANGSA DENGAN TINGKAT KEKEBALAN PEMANGSA

Pada bab ini akan dipaparkan hasil kajian yang meliputi analisis kestabilan global dan solusi periodik pada model penyebaran penyakit pada pemangsa dengan tingkat kekebalan pemangsa dan hal-hal yang mempengaruhinya, cara menentukan titik ekuilibrium, kestabilan lokal maupun global pada model tersebut, dan keberadaan solusi periodik.

BAB IV SIMULASI NUMERIK DAN INTERPRETASI

Pada bab ini akan dipaparkan mengenai simulasi numerik dari analisis dinamik, analisis sensitifitas parameter, serta interpretasi hasil dari simulasi numerik.

BAB IV PENUTUP

Pada bab ini akan dipaparkan kesimpulan sebagai jawaban dari rumusan masalah yang diajukan serta saran untuk pengembangan tulisan yang berbeda didalam penulisan selanjutnya yang akan melanjutkan analisis untuk masalah yang telah dipaparkan.

